Géométrie dans l'espace

Corrigé

a. • Déterminons un vecteur directeur de DB

$\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix}2\\2\\-2\end{pmatrix}$ $\quad D(0;0;2)\ A(2;0;0)$
$\quad B(2;2;0)\ C(0;2;0)$

$\overrightarrow{DB}$ est vecteur normal de π car $\pi \perp DB$

$\pi \equiv 2x+2y-2z=0$ (car $O \in \pi$)

$\pi \equiv x+y-z=0.$

• Déterminons les coordonnées des points d'intersection de π avec AD, BD et CD.

. $BD \equiv \begin{cases} x = 0 + 2\lambda \\ y = 0 + 2\lambda \\ z = 2 - 2\lambda \end{cases}$

$BD \cap \pi$: $2\lambda + 2\lambda - 2 + 2\lambda = 0$

$6\lambda = 2$

$\lambda = \frac{1}{3}$

$F\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$

- $AD \equiv \begin{cases} x = 2 + 2\lambda \\ y = 0 + 0\lambda \\ z = 0 + 2\lambda \end{cases}$

$AD \cap \pi$: $2+2\lambda+2\lambda=0$

$4\lambda=-2$

$\lambda=-\frac{1}{2}$

$E(1;0;1)$

- $CD \equiv \begin{cases} x = 0 + 0\lambda \\ y = 2 + 2\lambda \\ z = 0 - 2\lambda \end{cases}$

$CD \cap \pi$: $2+2\lambda+2\lambda=0$

$\lambda=-\frac{1}{2}$

$G(0;1;1)$

• Montrons que $|EF|=|FG|$

$|EF| = \sqrt{\left(\frac{2}{3}-1\right)^2+\left(\frac{2}{3}-0\right)^2+\left(\frac{4}{3}-1\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{1}{9}+\frac{4}{9}+\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

$$|FG| = \sqrt{\left(\frac{2}{3} - 0\right)^2 + \left(\frac{2}{3} - 1\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - 1\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \simeq 0,8$$

$\Rightarrow$ OEFG est un cerf-volant.

b. $OF \perp EG \Leftrightarrow \overrightarrow{OF} \perp \overrightarrow{EG}$

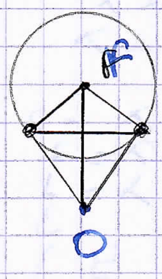
$\overrightarrow{OF} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{EG} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OF} \cdot \overrightarrow{EG} = -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + 0 = 0.$

$\Rightarrow OF \perp EG$

c. $|EG| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \simeq 1,4$

$|OF| = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{24}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{6} \simeq 1,6$



Sélection

a. $0 \leq x \leq 20$
$0 \leq y \leq 20$
$0 \leq z \leq 20$ $\Rightarrow$ cube OABCDEFG

b. Dans le plan $\Pi : x + y + 2z = 50$

c. Le côté MN : les candidats ont eu 0 en géographie de l'Europe et la somme des 2 autres côtes pondérées est de 50.

Le côté TQ : les candidats ont eu 0 en culture générale et la somme des 2 autres côtes pondérées est de 50.

Le côté SR : les candidats ont eu 0 en histoire des sciences et techniques et la somme des 2 autres côtes pondérées est de 50.