Droites.

Exercice 8

a. $(0;1) \in a$ et $m_a = \frac{1}{2}$

$a \equiv y = \frac{1}{2}x + 1$

b $(0;-2) \in b$ et $m_b = \frac{1}{1} = 1$

$b \equiv y = x - 2$.

c $(0;\frac{4}{7}) \in c$ et $m_c = -\frac{3}{7}$

$c \equiv y = -\frac{3}{7}x + \frac{4}{7}$

d $(0;4) \in d$ et $m_d = -1$

$d \equiv y = -x + 4$

e $(0;0) \in e$ et $m_e = -1$

$e \equiv y = -x$

f droite verticale $H(-5;1) \in f$

$f \equiv x = -5$.

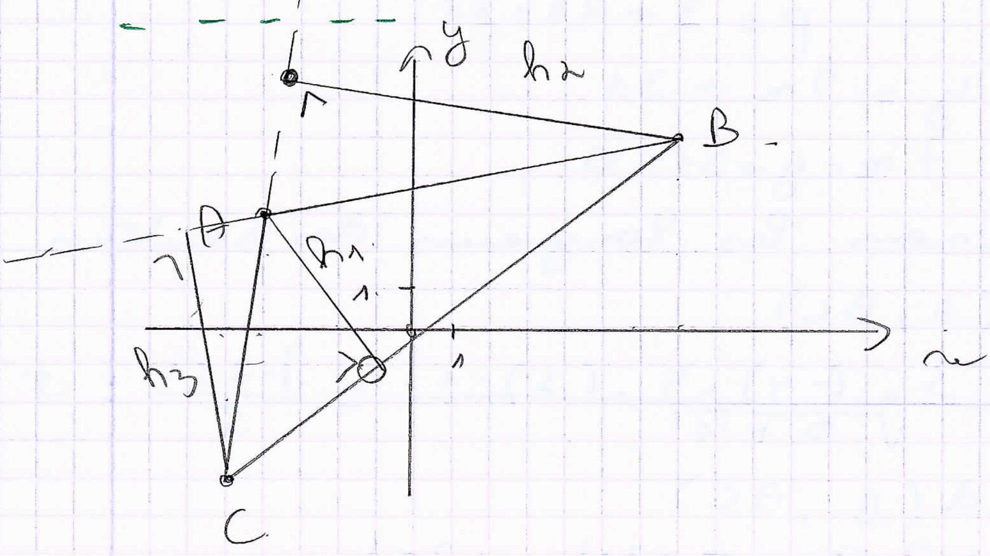
g droite horizontale $I(-5;-4) \in g$.

$g \equiv y = -4$

h $(0;4) \in h$ et $m_h = \frac{8}{5}$

$h \equiv y = \frac{8}{5}x + 4$

Problème 11



Cherchons les équations des droites AB, BC et AC.

- AB.

$m_{AB} = \frac{5-3}{7+4} = \frac{2}{11}$

$AB \equiv y = \frac{2}{11}x + p$

$A \in AB : \quad 3 = \frac{2}{11}.(-4) + p$

$p = \frac{33}{11} + \frac{8}{11} = \frac{41}{11}$

$AB \equiv y = \frac{2}{11}x + \frac{41}{11}$

$AB \equiv 2x - 11y + 41 = 0.$

- BC

$m_{BC} = \frac{-4-5}{-5-7} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

$BC \equiv y = \frac{3}{4}x + p.$

$B \in BC : \quad 5 = \frac{3}{4}.7 + p$

$p = \frac{20}{4} - \frac{21}{4} = -\frac{1}{4}$

$BC \equiv y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$

$BC \equiv 3x - 4y - 1 = 0$

- AC

$m_{AC} = \frac{-4-3}{-5+4} = \frac{7}{1} = 7$

$AC \equiv y = 7x + p$

$A \in AC : \quad 3 = 7.(-4) + p$

$p = 3 + 28 = 31$

$AC \equiv y = 7x + 31$

$AC \equiv 7x - y + 31 = 0.$

Déterminons les longueurs des hauteurs.

- $h_1 = d(A; BC)$

$= \frac{|3.(-4) - 4.(3) - 1|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|-25|}{5} = 5$

- $h_2 = d(B; AC)$

$= \frac{|7.7 - 5 + 31|}{\sqrt{49+1}} = \frac{|75|}{\sqrt{50}} \approx 10,6.$

• $h_3 = d(C; AB)$

$$= \frac{|2.(-5) - 11.(-4) + 41|}{\sqrt{4+121}} = \frac{75}{5\sqrt{5}} \simeq 6{,}7.$$

L'aire du triangle.

$$A = \frac{|BC| . h_1}{2} = \frac{15 . 5}{2} = 37{,}5 \ u^2.$$

$$|BC| = \sqrt{(-5-7)^2 + (-4-5)^2} = \sqrt{144 + 81} = 15$$

Périmètre du triangle.

$$P = |AB| + |BC| + |AC| = 11{,}2 + 15 + 7{,}1 = 33{,}3 \ u.$$

$$|AB| = \sqrt{(7+4)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{121+4} = 5\sqrt{5} \simeq 11{,}2$$

$$|AC| = \sqrt{(-5+4)^2 + (-4-3)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} \simeq 7{,}1$$

Problème 12.

Déterminons les coordonnées des sommets.

• $a \cap b = \{C\}$

$$\begin{cases} 8x - y + 34 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -5 \\ y = -6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x - x + 1 + 34 = 0 \\ y = x - 1 \end{cases} \qquad C(-5; -6).$$

$$\begin{cases} 7x = -35 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

• $a \cap c = \{B\}$

$$\begin{cases} 8x - y + 34 = 0 \\ 3x + 4y + 4 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 8x + 34 \\ 3x + 32x + 136 + 4 = 0 \end{cases} \qquad B(-4; 2).$$

$$\begin{cases} y = 8x + 34 \\ 35x = -140. \end{cases}$$

• $b \cap c = \{A\}.$

$$\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 3x + 4y + 4 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -1 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ 3x + 4x - 4 + 4 = 0 \end{cases} \qquad A(0; -1)$$

Déterminons les longueurs des hauteurs.

- la hauteur issue de A = h_1

$h_1 = d(A ; a)$.

$= \frac{|8 \cdot 0 - (-1) + 34|}{\sqrt{64+1}} = \frac{35}{\sqrt{65}} \approx 4,3$

- la hauteur issue de B = h_2

$h_2 = d(B ; b)$

$= \frac{|-4 - 2 - 1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{7}{\sqrt{2}} \approx 4,19$

- la hauteur issue de C = h_3

$h_3 = d(C ; c)$

$= \frac{|3 \cdot (-5) + 4(-6) + 4|}{\sqrt{9+16}} = \frac{35}{5} = 7.$