

Remédiation - Pente d'une droite

1) Rappel

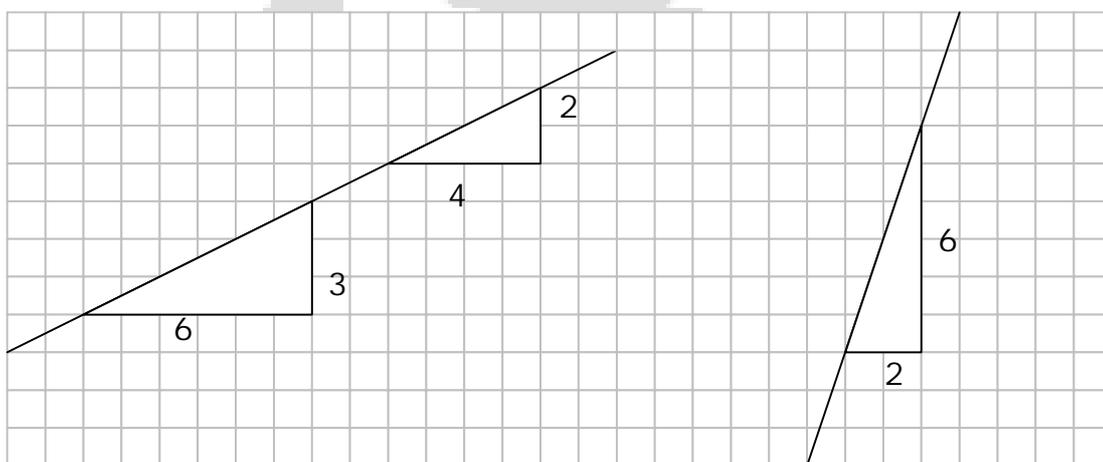
La pente d'une droite caractérise son inclinaison par rapport à l'axe x.

2) Recherche géométrique de la pente positive d'une droite

Pour déterminer la pente d'une droite, tu peux imaginer un "triangle de support" contre lequel la droite est appuyée.

Ce triangle rectangle peut avoir des dimensions quelconques mais tu dois connaître avec précision la longueur des côtés de l'angle droit.

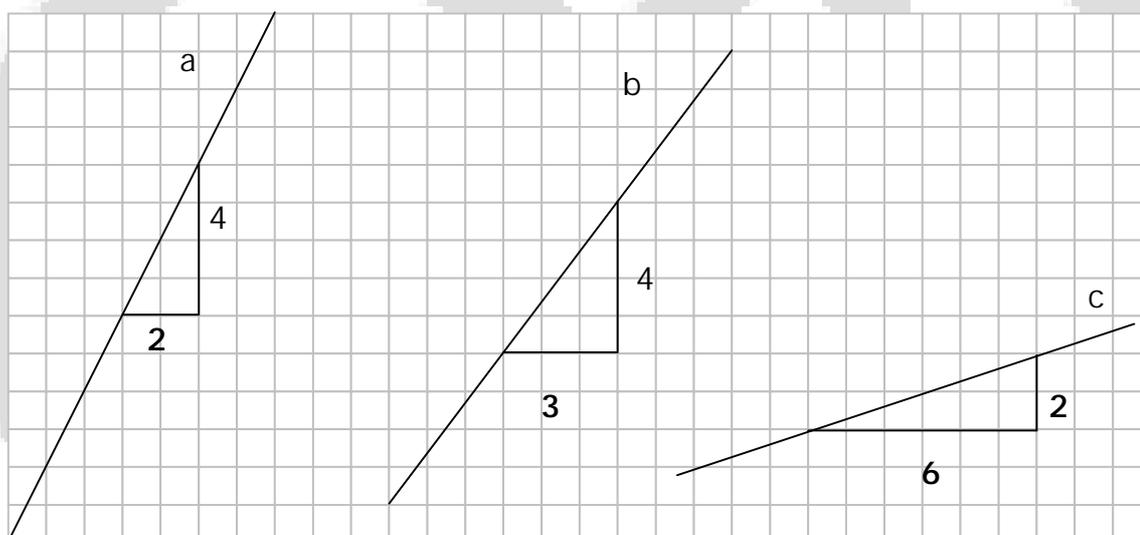
La pente est le rapport entre la longueur du côté vertical et la longueur du côté horizontal de ce triangle rectangle.



$$\text{Pente} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Pente} = \frac{6}{2} = 3$$

En utilisant cette technique, détermine la pente des droites ci-dessous.



$$\text{Pente de a} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{Pente de b} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Pente de c} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

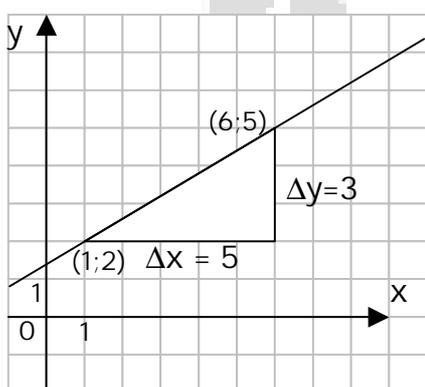
3) Pente positive ou négative ?

On pourrait croire que les deux droites (a et b) ont la même inclinaison par rapport à l'axe horizontal mais l'angle formé avec celui-ci est différent (45° et 135°). Il est donc normal que ces droites n'aient pas la même pente; l'une est positive (1) et l'autre négative (-1).



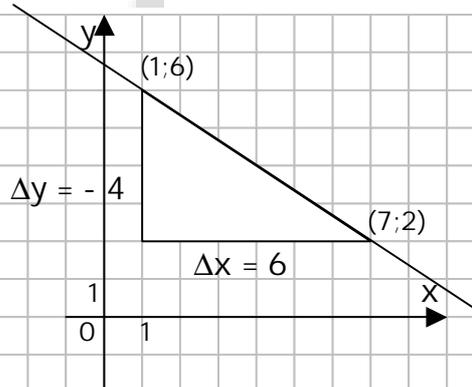
Pour introduire la notion de pente négative, il est indispensable d'introduire une nouvelle notion; celle d'accroissements (Δx et Δy) liée aux coordonnées de deux points de la droite.

Déterminons la pente des droites supportées par les triangles rectangles ci-dessous.



$$\Delta x = 6 - 1 = 5 \text{ et } \Delta y = 5 - 2 = 3$$

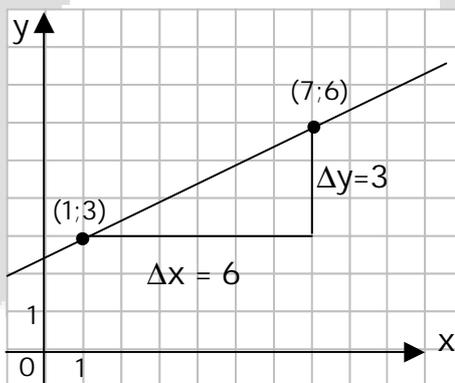
$$\text{pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{5}$$



$$\Delta x = 7 - 1 = 6 \text{ et } \Delta y = 2 - 6 = -4$$

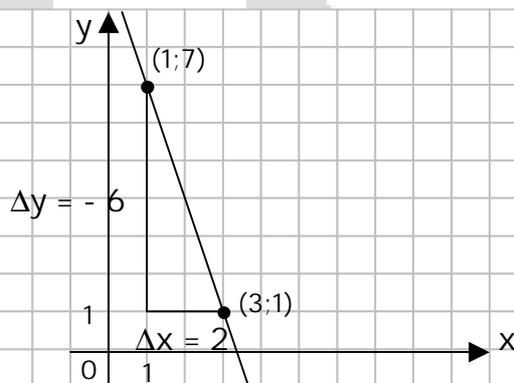
$$\text{pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$$

Pour chaque droite, détermine les coordonnées des points marqués, trace le triangle de support, détermine les accroissements Δx et Δy puis calcule la pente.



$$\Delta x = 7 - 1 = 6 \text{ et } \Delta y = 6 - 3 = 3$$

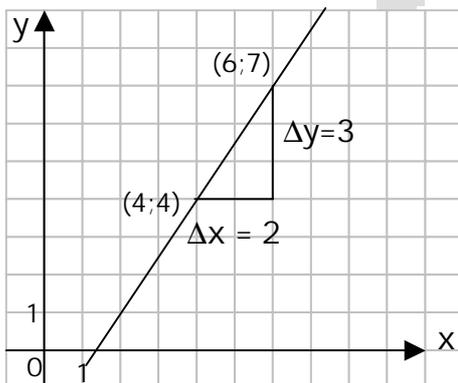
$$\text{pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



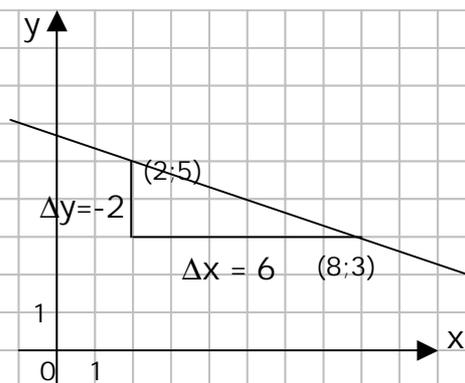
$$\Delta x = 3 - 1 = 2 \text{ et } \Delta y = 1 - 7 = -6$$

$$\text{pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-6}{2} = -3$$

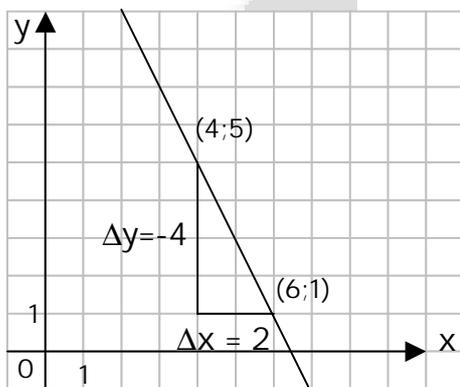
Pour chaque droite, représente un triangle de support, détermine les coordonnées des extrémités de l'hypoténuse, détermine les accroissements Δx et Δy puis calcule la pente.



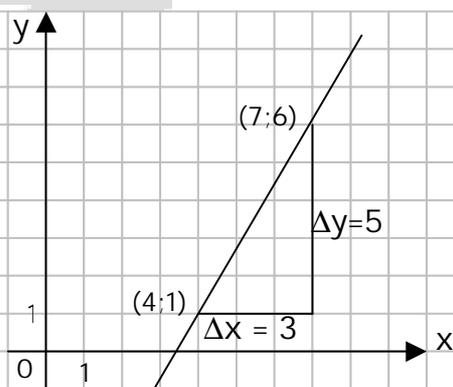
$$\text{Pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7-4}{6-4} = \frac{3}{2}$$



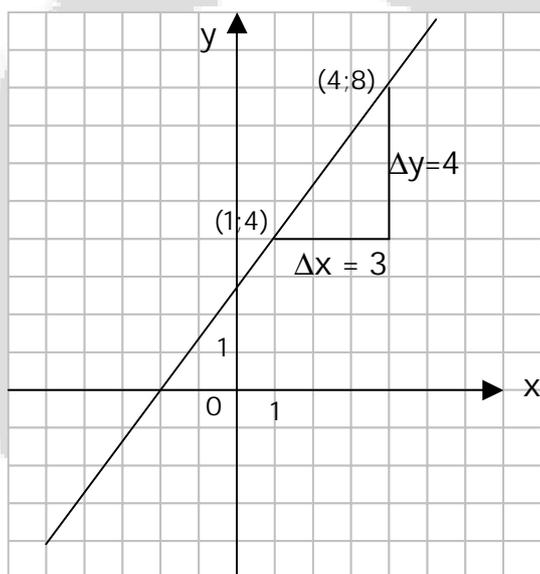
$$\text{Pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-5}{8-2} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$$



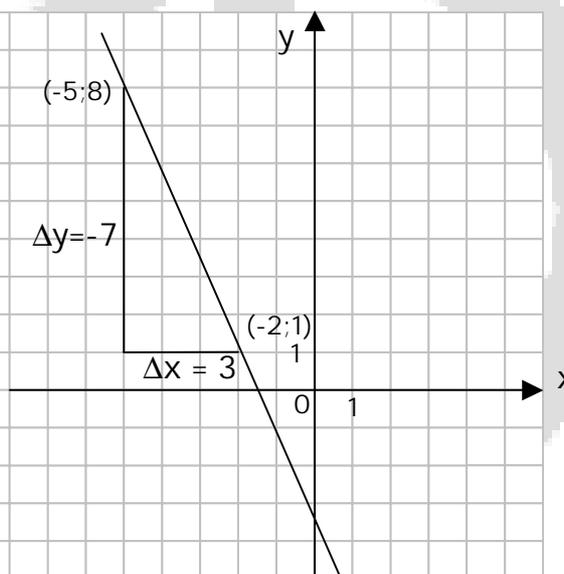
$$\text{Pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-5}{6-4} = \frac{-4}{2} = -2$$



$$\text{Pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6-1}{7-4} = \frac{5}{3}$$



$$\text{Pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8-4}{4-1} = \frac{4}{3}$$



$$\text{Pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-8}{-2+5} = \frac{-7}{3}$$

4) Calcul de la pente sans graphique

Il n'est pas nécessaire de disposer du graphique de la droite pour déterminer sa pente.

En effet, la pente peut se calculer par la formule $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple La droite a passe par les points A (2 ; 1) et B (4 ; 6).

Valeurs : $x_A = 2, y_A = 1$ et $x_B = 4, y_B = 6$

$$\text{pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6-1}{4-2} = \frac{5}{2}$$

Détermine la pente des droites suivantes en écrivant le détail de tes calculs.

La droite a passe par les points
A (2 ; 5) et B (4 ; 9)

$$\text{Pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-5}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$

La droite b passe par les points
A (1 ; 8) et B (3 ; 5)

$$\text{Pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-8}{3-1} = \frac{-3}{2}$$

La droite c passe par les points
A (0 ; 3) et B (2 ; 1)

$$\text{Pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-3}{2-0} = \frac{-2}{2} = -1$$

La droite d passe par les points
A (-1 ; 2) et B (3 ; 5)

$$\text{Pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-2}{3+1} = \frac{3}{4}$$

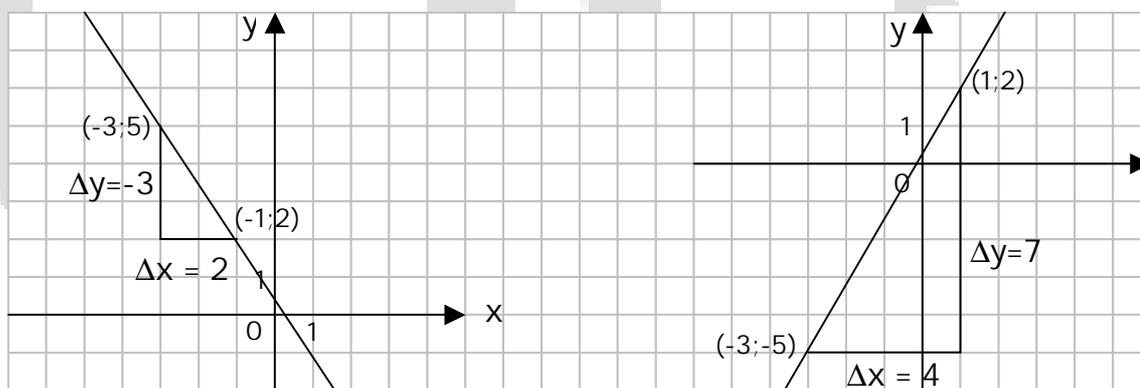
La droite e passe par les points
A (-3 ; 5) et B (-1 ; 2)

$$\text{Pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-5}{-1+3} = \frac{-3}{2}$$

La droite f passe par les points
A (1 ; 2) et B (-3 ; -5)

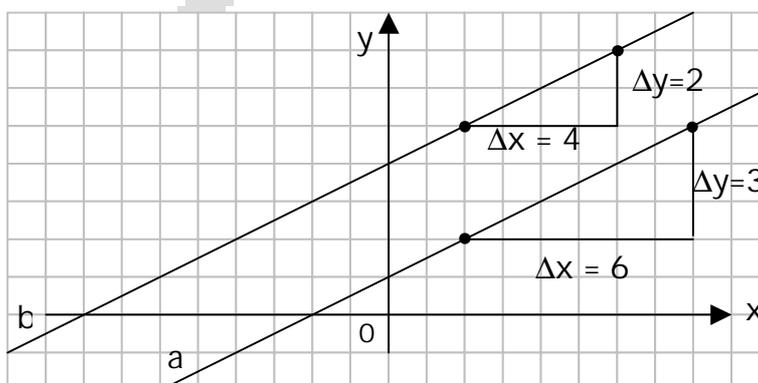
$$\text{Pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-5-2}{-3-1} = \frac{-7}{-4} = \frac{7}{4}$$

Vérifie graphiquement la pente des droites e et f.



5) Pente de droites parallèles

Détermine la pente des droites a et b en utilisant les points connus.



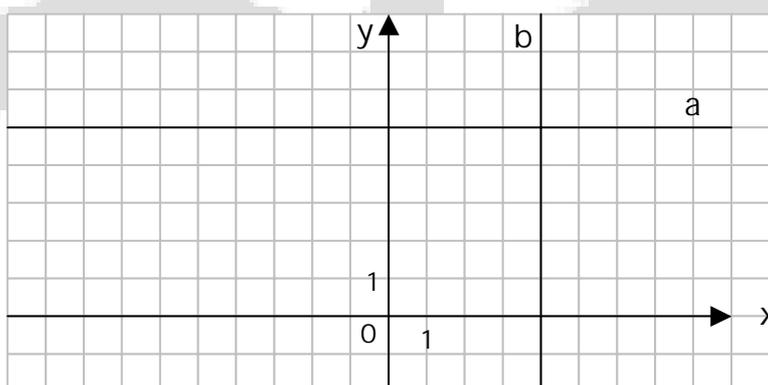
$$\text{Pente de la droite a} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-2}{8-2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Pente de la droite b} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7-5}{6-2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Quelle conclusion peux-tu tirer ? Des droites parallèles ont la même pente.

6) Pente de droites parallèles aux axes

Détermine la pente des droites a et b.



Pente de la droite a = 0

Pente de la droite b n'existe pas.

Quelle conclusion peux-tu tirer ? une droite parallèle à l'axe x a une pente nulle et une droite parallèle à l'axe y n'a pas de pente.

Remédiation - Equations de droites

1) Formule

La forme générale de l'équation d'une droite est l'expression ci-dessous.

$$y = mx + p$$

Les lettres x et y représentent les coordonnées d'un point quelconque de la droite, la lettre m représente la pente de la droite et la lettre p est l'ordonnée à l'origine, c'est-à-dire l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe y , soit le point $(0,p)$.

2) Recherche de la pente (m)

- a) La pente est donnée dans l'énoncé de l'exercice.
- b) On connaît 2 points quelconques (A et B) de la droite. Pour déterminer la pente, on utilise la formule $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ (voir fiche de remédiation sur la pente d'une droite).

Recherche la pente des droites a , b et c .

La droite a passe par les points $(2 ; 5)$ et $(3 ; 7)$.

$$m = \frac{7 - 5}{3 - 2} = \frac{2}{1} = 2$$

La droite b passe par les points $(-1 ; 2)$ et $(2 ; 6)$.

$$m = \frac{6 - 2}{2 - (-1)} = \frac{4}{3}$$

La droite d passe par les points $(-2 ; -5)$ et $(4 ; -3)$.

$$m = \frac{-3 - (-5)}{4 - (-2)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- c) La droite recherchée est parallèle à une autre droite "connue". Les pentes sont alors égales.

Recherche la pente des droites a et b .

La droite a est parallèle à la droite $d_1 \equiv y = -2x + 3$.

$$\text{Pente de la droite } a = \text{Pente de la droite } d_1 = -2$$

La droite b est parallèle à la droite d_2 qui passe par les points $(2 ; 3)$ et $(4 ; -5)$.

$$\text{Pente de la droite } b = \text{Pente de la droite } d_2 = \frac{-5 - 3}{4 - 2} = \frac{-8}{2} = -4$$

3) Recherche de l'ordonnée à l'origine (p)

- a) L'ordonnée à l'origine est donnée dans l'énoncé de l'exercice par le point (0 ; p).
 b) La pente étant connue, pour déterminer la valeur de p, il suffit de remplacer dans l'équation $y = mx + p$, x et y par les coordonnées d'un point de la droite.

Recherche la valeur de p pour les droites a, b, c, d et e.

La pente de la droite a vaut 2 et la droite passe par le point (3 ; 2).

$$\text{La pente de la droite a vaut } 2 \Rightarrow a \equiv y = 2 \cdot x + p$$

$$(3 ; 2) \in a \Rightarrow 2 = 2 \cdot 3 + p \Rightarrow p = 2 - 6 \Rightarrow p = -4$$

La pente de la droite b vaut -3 et la droite passe par le point (1 ; 5).

$$\text{La pente de la droite b vaut } -3 \Rightarrow b \equiv y = -3 \cdot x + p$$

$$(1 ; 5) \in b \Rightarrow 5 = -3 \cdot 1 + p \Rightarrow p = 5 + 3 \Rightarrow p = 8$$

La pente de la droite c vaut 4 et la droite passe par le point (0 ; -2).

$$\text{La pente de la droite c vaut } 4 \Rightarrow c \equiv y = 4 \cdot x + p$$

$$(0 ; -2) \in c \Rightarrow -2 = 4 \cdot 0 + p \Rightarrow p = -2$$

La pente de la droite d vaut $\frac{1}{2}$ et la droite passe par le point (6 ; -1).

$$\text{La pente de la droite d vaut } \frac{1}{2} \Rightarrow d \equiv y = \frac{1}{2} \cdot x + p$$

$$(6 ; -1) \in d \Rightarrow -1 = \frac{1}{2} \cdot 6 + p \Rightarrow p = -1 - 3 \Rightarrow p = -4$$

La pente de la droite e vaut $\frac{2}{3}$ et la droite passe par le point (5 ; 1).

$$\text{La pente de la droite e vaut } \frac{2}{3} \Rightarrow e \equiv y = \frac{2}{3} \cdot x + p$$

$$(5 ; 1) \in e \Rightarrow 1 = \frac{2}{3} \cdot 5 + p \Rightarrow p = 1 - \frac{10}{3} \Rightarrow p = -\frac{7}{3}$$

La pente de la droite f vaut 3 et la droite passe par le point (2 ; 6).

$$\text{La pente de la droite f vaut } 3 \Rightarrow f \equiv y = 3 \cdot x + p$$

$$(2 ; 6) \in f \Rightarrow 6 = 3 \cdot 2 + p \Rightarrow p = 0$$

4) Recherche de l'équation de la droite

Tu es maintenant prêt pour déterminer l'équation d'une droite. L'exercice résolu ci-dessous te montre comment présenter ton raisonnement.

Exercice résolu

Recherche l'équation de la droite d passant par les points $(2 ; 3)$ et $(3 ; -1)$

La forme générale de l'équation est

$$d \equiv y = mx + p$$

Recherche de la pente : m

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 3}{3 - 2} = \frac{-4}{1} = -4$$

L'équation de la droite d devient

$$d \equiv y = -4x + p$$

Recherche de la valeur de p

$$(2 ; 3) \in d \Rightarrow 3 = -4 \cdot 2 + p \Rightarrow p = 11$$

L'équation de la droite d est

$$d \equiv y = -4x + 11$$

Dans chaque cas, détermine l'équation de la droite. Tu n'es pas obligé de résoudre les exercices dans l'ordre ! Ensuite, représente cette droite.

a) La droite a passe par les points $(2 ; 1)$ et $(4 ; 5)$.

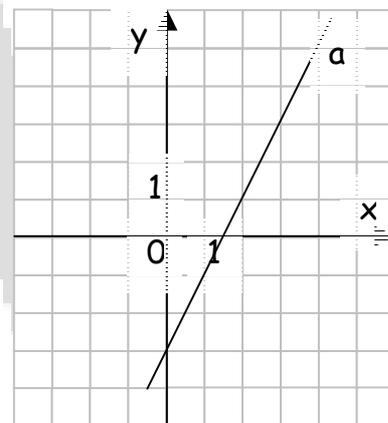
Recherche de la pente : $m = \frac{5 - 1}{4 - 2} = \frac{4}{2} = 2$

L'équation de la droite a devient $a \equiv y = 2x + p$

Recherche de p

$$(2 ; 1) \in a \Rightarrow 1 = 2 \cdot 2 + p \Rightarrow p = -3$$

L'équation de la droite a est $a \equiv y = 2x - 3$



b) La droite b passe par les points $(-3 ; 2)$ et $(6 ; -2)$.

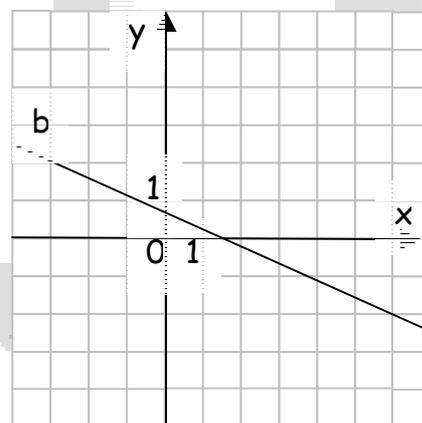
Recherche de la pente : $m = \frac{-2 - 2}{6 - (-3)} = \frac{-4}{9} = \frac{-4}{9}$

L'équation de la droite b devient $b \equiv y = \frac{-4}{9}x + p$

Recherche de p

$$(-3 ; 2) \in b \Rightarrow 2 = \frac{-4}{9} \cdot (-3) + p \Rightarrow p = \frac{2}{3}$$

L'équation de la droite b est $b \equiv y = \frac{-4}{9}x + \frac{2}{3}$



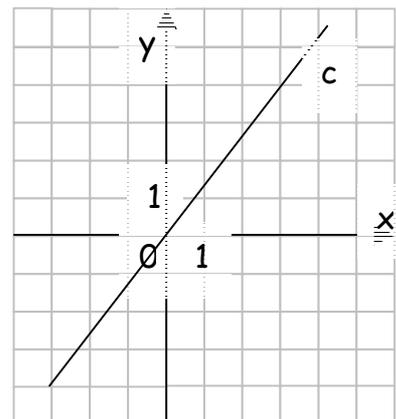
c) La droite c passe par les points (0 ; 0) et (3 ; 4).

Recherche de la pente : $m = \frac{4-0}{3-0} = \frac{4}{3}$

L'équation de la droite c devient $c \equiv y = \frac{4}{3}x + p$

Recherche de p $(0 ; 0) \in c \Rightarrow p = 0$

L'équation de la droite c est $c \equiv y = \frac{4}{3}x$



d) La pente de la droite d vaut -2 et elle passe par le point (1 ; 1).

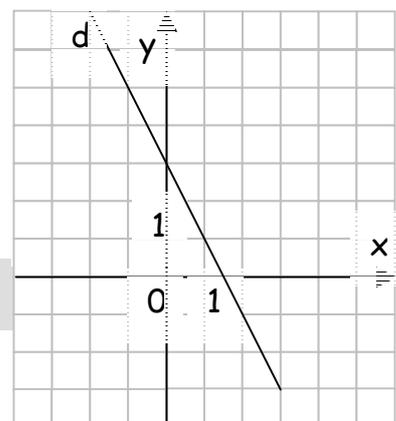
$m = -2$

L'équation de la droite d devient $d \equiv y = -2x + p$

Recherche de p

$(1 ; 1) \in d \Rightarrow 1 = -2 \cdot 1 + p \Rightarrow p = 3$

L'équation de la droite d est $d \equiv y = -2x + 3$

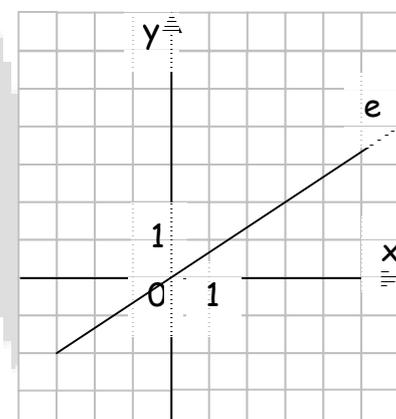


e) La pente de la droite e vaut $\frac{2}{3}$ et elle passe par le point (0 ; 0).

$m = \frac{2}{3}$

Puisque la droite e passe par le point (0 ; 0), $p = 0$

L'équation de la droite e est $e \equiv y = \frac{2}{3}x$



f) La droite f passe par les points (0 ; -3) et (5 ; 2).

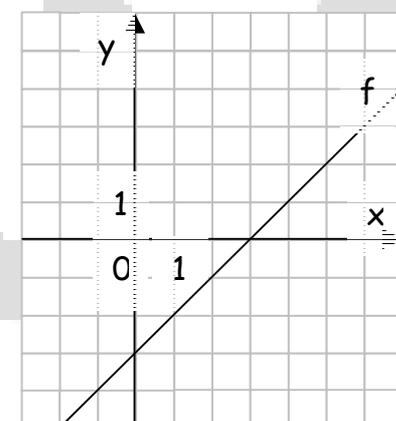
Recherche de la pente : $m = \frac{2-(-3)}{5-0} = \frac{5}{5} = 1$

L'équation de la droite f devient $f \equiv y = x + p$

Recherche de p

$(0 ; -3) \in f \Rightarrow -3 = 1 \cdot 0 + p \Rightarrow p = -3$

L'équation de la droite f est $f \equiv y = x - 3$



g) La droite g passe par le point (2 ; 5) et est parallèle à la droite $d \equiv y = 3x + 4$.

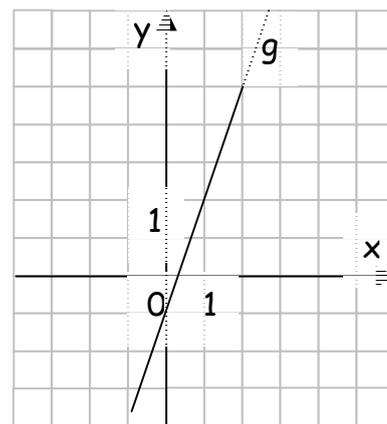
Les droites g et d sont parallèles, elles ont donc la même pente $\Rightarrow m = 3$

L'équation de la droite g devient $g \equiv y = 3x + p$

Recherche de p

$$(2 ; 5) \in g \Rightarrow 5 = 3 \cdot 2 + p \Rightarrow p = -1$$

L'équation de la droite g est $g \equiv y = 3x - 1$



h) La droite h passe par le point (3 ; 2) et est parallèle à la droite $d \equiv y = -2x$.

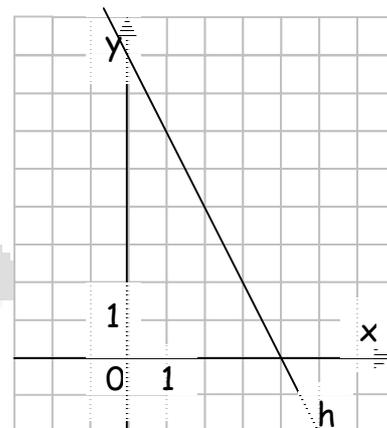
Les droites h et d sont parallèles, elles ont donc la même pente $\Rightarrow m = -2$

L'équation de la droite h devient $h \equiv y = -2x + p$

Recherche de p

$$(3 ; 2) \in h \Rightarrow 2 = -2 \cdot 3 + p \Rightarrow p = 8$$

L'équation de la droite h est $h \equiv y = -2x + 8$



Cas particuliers

i) La droite i passe par les points (4 ; 3) et (-2 ; 3).

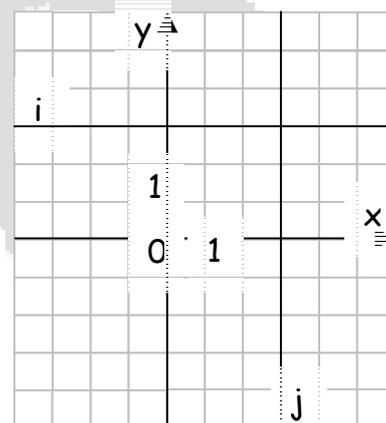
La droite i est parallèle à l'axe x ; sa pente est donc nulle $\Rightarrow m = 0$

L'équation de la droite i est $i \equiv y = 3$

j) La droite j passe par les points (3 ; 2) et (3 ; -1).

La droite j est parallèle à l'axe y ; sa pente n'existe pas.

L'équation de la droite j est $j \equiv x = 3$



Révision de 2^e - Equations du 1^e degré à 1 inconnue

Equations du type $a+x = b$ (1) , $ax = b$ (2) et $\frac{x}{a} = b$ (3)

Pour résoudre une équation d'un de ces trois types, tu ne dois neutraliser qu'un seul nombre : un terme (1), un facteur multiplicateur (2) ou un facteur diviseur (3).

Exemple (1)

$$\begin{array}{l} 3+x = -5 \\ x = -8 \end{array} \begin{array}{l} \leftarrow -3 \\ x = -8 \end{array}$$

Exemple (2)

$$\begin{array}{l} 2x = -6 \\ x = -3 \end{array} \begin{array}{l} :2 \\ x = -3 \end{array}$$

Exemple (3)

$$\begin{array}{l} \frac{x}{3} = 5 \\ \phantom{\frac{x}{3}}x = 15 \end{array} \begin{array}{l} \cdot 3 \\ \phantom{\frac{x}{3}}x = 15 \end{array}$$

Exercices d'entraînement

- o Reconnais le type d'équation.
- o Indique les flèches et l'opération que tu dois effectuer dans chaque membre pour neutraliser le nombre "gêneur".
- o Détermine la solution.

$$\begin{array}{l} x-5 = -2 \\ x = 3 \end{array} \begin{array}{l} +5 \\ x = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -3x = 21 \\ x = -7 \end{array} \begin{array}{l} :(-3) \\ x = -7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{x}{2} = 6 \\ \phantom{\frac{x}{2}}x = 12 \end{array} \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \phantom{\frac{x}{2}}x = 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 14 = 5x \\ \frac{14}{5} = x \end{array} \begin{array}{l} :5 \\ \frac{14}{5} = x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -5 = \frac{x}{3} \\ -15 = x \end{array} \begin{array}{l} \cdot 3 \\ -15 = x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -4 = x+3 \\ -7 = x \end{array} \begin{array}{l} -3 \\ -7 = x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5+x = -3 \\ x = -8 \end{array} \begin{array}{l} -5 \\ x = -8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -14 = -3x \\ \frac{14}{3} = x \end{array} \begin{array}{l} :(-3) \\ \frac{14}{3} = x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -4 = \frac{-x}{2} \\ 8 = x \end{array} \begin{array}{l} \cdot (-2) \\ 8 = x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -2+x = \frac{1}{5} \\ x = \frac{1}{5} + 2 \end{array} \begin{array}{l} +2 \\ x = \frac{1}{5} + 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{x}{5} = \frac{1}{3} \\ x = \frac{1}{3} \cdot 5 \end{array} \begin{array}{l} \cdot 5 \\ x = \frac{1}{3} \cdot 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} = \frac{x}{5} \\ \frac{1}{2} \cdot 5 = x \end{array} \begin{array}{l} \cdot 5 \\ \frac{1}{2} \cdot 5 = x \end{array}$$

$$x = \frac{11}{5}$$

$$x = \frac{5}{3}$$

$$\frac{5}{2} = x$$

Equations du type $\frac{ax}{b} = c$ ou $\frac{ax}{b} = \frac{c}{d}$

Pour résoudre une équation d'un de ces deux types, tu dois neutraliser deux nombres : un facteur multiplicateur (a) et un facteur diviseur (b).

Tu peux procéder de deux manières différentes.

a)

$\begin{array}{l} \frac{3x}{5} = 6 \\ \cdot 5 \\ \hline 3x = 30 \\ : 3 \\ \hline x = 10 \end{array}$	$\begin{array}{l} \frac{3x}{5} = 6 \\ \frac{3}{5} \cdot x = 6 \\ : \frac{3}{5} \\ \hline x = 6 \cdot \frac{5}{3} \\ \hline x = 10 \end{array}$
--	--

b)

$\begin{array}{l} \frac{3x}{2} = \frac{5}{7} \\ \cdot 2 \\ \hline 3x = \frac{10}{7} \\ : 3 \\ \hline x = \frac{10}{21} \end{array}$	$\begin{array}{l} \frac{3x}{2} = \frac{5}{7} \\ \frac{3}{2} \cdot x = \frac{5}{7} \\ : \frac{3}{2} \\ \hline x = \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3} \\ \hline x = \frac{10}{21} \end{array}$
---	---

Exercices d'entraînement

$\frac{5x}{3} = 6$	$\frac{-2x}{7} = 3$	$\frac{-4x}{5} = \frac{2}{15}$	$\frac{7x}{3} = \frac{21}{4}$
$x = 6 \cdot \frac{3}{5}$	$x = 3 \cdot \frac{-7}{2}$	$x = \frac{2}{15} \cdot \frac{-5}{4}$	$x = \frac{21}{4} \cdot \frac{3}{7}$
$x = \frac{18}{5}$	$x = \frac{-21}{2}$	$x = \frac{-1}{6}$	$x = \frac{9}{4}$

Equations du type $ax + b = c$

Pour résoudre une équation de ce type, on neutralise d'abord le **terme** « gêneur », puis le **facteur** « gêneur ».

Remarques

Un terme « gêneur » est relié à l'inconnue par une somme.

Un facteur « gêneur » est relié à l'inconnue par un produit.

Exemples

$\begin{array}{l} 2x + 8 = 18 \\ -8 \quad \left[\begin{array}{l} \\ \end{array} \right] -8 \\ \hline 2x = 18 - 8 \\ \\ : 2 \quad \left[\begin{array}{l} \\ \end{array} \right] : 2 \\ \hline x = 10 : 2 \\ \\ x = 5 \end{array}$	$\begin{array}{l} -9 - 5x = -19 \\ +9 \quad \left[\begin{array}{l} \\ \end{array} \right] +9 \\ \hline -5x = -19 + 9 \\ \\ : (-5) \quad \left[\begin{array}{l} \\ \end{array} \right] : (-5) \\ \hline x = (-10) : (-5) \\ \\ x = 2 \end{array}$
---	--

Exercices d'entraînement

$2x - 5 = 2$	$-3x + 4 = -2$	$5 + 7x = -2$	$-2 - 2x = 5$
$2x = 2 + 5$	$-3x = -2 - 4$	$7x = -2 - 5$	$-2x = 5 + 2$
$2x = 7$	$-3x = -6$	$7x = -7$	$-2x = 7$
$x = 7 : 2$	$x = -6 : (-3)$	$x = -7 : 7$	$x = 7 : (-2)$
$x = \frac{7}{2}$	$x = 2$	$x = -1$	$x = \frac{-7}{2}$
$6 = 2x - 5$	$-4 = -3x + 1$	$2x + \frac{1}{2} = 3$	$\frac{x}{2} + 1 = \frac{5}{4}$
$6 + 5 = 2x$	$3x = 1 + 4$	$2x = 3 - \frac{1}{2}$	$\frac{x}{2} = \frac{5}{4} - 1$
$11 = 2x$	$3x = 5$	$2x = \frac{5}{2}$	$\frac{x}{2} = \frac{1}{4}$
$11 : 2 = x$	$x = 5 : 3$	$x = \frac{5}{2} : 2$	$x = \frac{1}{4} \cdot 2$
$\frac{11}{2} = x$	$x = \frac{5}{3}$	$x = \frac{5}{4}$	$x = \frac{1}{2}$

Equations du type : $ax + b = cx + d$

Pour résoudre ce genre d'équation, il faut effectuer des neutralisations successives.

$\begin{array}{l} -3x \left[\begin{array}{l} 5x + 2 = 3x - 4 \\ \hline 5x - 3x + 2 = -4 \end{array} \right] -3x \\ \\ -2 \left[\begin{array}{l} 2x + 2 = -4 \\ \hline 2x = -4 - 2 \end{array} \right] -2 \\ \\ :2 \left[\begin{array}{l} 2x = -6 \\ \hline x = -3 \end{array} \right] :2 \end{array}$	$\begin{array}{l} -3x \left[\begin{array}{l} 5x + 2 = 3x - 4 \\ \hline 5x - 3x = -4 - 2 \end{array} \right] -3x \\ \\ -2 \left[\begin{array}{l} 5x - 3x = -4 - 2 \\ \hline 2x = -6 \end{array} \right] -2 \\ \\ :2 \left[\begin{array}{l} 2x = -6 \\ \hline x = -3 \end{array} \right] :2 \end{array}$
--	---

La deuxième méthode est plus rapide car on neutralise les deux termes (gras) en même temps. Le but poursuivi est donc de grouper les termes en x dans un membre et les termes indépendants (sans x) dans l'autre membre.

$\begin{array}{l} 5x - 3 = -2x + 1 \\ 5x + 2x = 1 + 3 \\ 7x = 4 \\ x = \frac{4}{7} \end{array}$	$\begin{array}{l} -5 + 2x = 5x - 4 \\ 2x - 5x = -4 + 5 \\ -3x = 1 \\ x = \frac{-1}{3} \end{array}$	$\begin{array}{l} 8 - x = 2 + 3x \\ -x - 3x = 2 - 8 \\ -4x = -6 \\ x = \frac{3}{2} \end{array}$
---	--	---

Exercices d'entraînement

$\begin{array}{l} 5x - 1 = 3x - 2 \\ 5x - 3x - 1 = -2 \\ 2x = -2 + 1 \\ 2x = -1 \\ x = \frac{-1}{2} \\ x + 1 = -2x - 2 \\ x + 2x = -2 - 1 \\ 3x = -3 \\ x = -1 \end{array}$	$\begin{array}{l} x + 4 = 3x - 2 \\ x - 3x + 4 = -2 \\ -2x = -2 - 4 \\ -2x = -6 \\ x = 3 \\ 1 + 4x = -3x - 2 \\ 4x + 3x = -2 - 1 \\ 7x = -3 \\ x = \frac{-3}{7} \end{array}$	$\begin{array}{l} 2 - 3x = x + 1 \\ 2 - 3x - x = 1 \\ -4x = 1 - 2 \\ -4x = -1 \\ x = \frac{1}{4} \\ 2 + x = 3x - 1 \\ x - 3x = -1 - 2 \\ -2x = -3 \\ x = \frac{3}{2} \end{array}$
---	--	---

Remédiation - Equations avec fractions

Equations élémentaires

Certaines équations avec fractions ne posent pas de problème car il s'agit d'équations "élémentaires" pour lesquelles il suffit d'utiliser une des techniques de base.

Exemples

$\left. \begin{array}{l} x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \\ \\ x = \frac{1}{4} \end{array} \right\} - \frac{1}{2}$	$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} = \frac{5}{7} \\ \\ x = \frac{10}{7} \end{array} \right\} \cdot 2$	$\left. \begin{array}{l} \frac{4x}{3} = \frac{5}{7} \\ \\ 4x = \frac{15}{7} \\ \\ x = \frac{15}{28} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \cdot 3 \\ \\ : 4 \end{array}$
--	---	--

Résous les équations suivantes en utilisant un des principes de base.

Attention, si certains calculs sont difficiles à effectuer mentalement, tu peux écrire le détail de ton raisonnement.

$\frac{3}{4} + x = 5$	$\frac{3x}{4} = 5$	$\frac{x}{3} = \frac{3}{5}$	$\frac{3}{5} - x = 5$
$x = 5 - \frac{3}{4}$	$x = 5 \cdot \frac{4}{3}$	$x = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{1}$	$-x = 5 - \frac{3}{5}$
$x = \frac{20 - 3}{4}$	$x = \frac{20}{3}$	$x = \frac{9}{5}$	$-x = \frac{22}{5}$
$x = \frac{17}{4}$			$x = -\frac{22}{5}$
$\frac{5}{3} = x - \frac{1}{4}$	$\frac{5}{3} = \frac{-x}{4}$	$5 = \frac{-4x}{3}$	$\frac{-4}{3} = \frac{1}{3} - x$
$\frac{5}{3} + \frac{1}{4} = x$	$\frac{5}{3} \cdot (-4) = x$	$5 \cdot \frac{-3}{4} = x$	$-\frac{4}{3} - \frac{1}{3} = -x$
$\frac{20 + 3}{12} = x$	$\frac{-20}{3} = x$	$\frac{-15}{4} = x$	$-\frac{5}{3} = -x$
$\frac{23}{12} = x$			$\frac{5}{3} = x$

Equations "simples"

Certaines équations avec fractions font intervenir plusieurs neutralisations. Elles sont moins évidentes que les précédentes mais avec un peu d'attention, on peut éviter facilement les erreurs.

Exemples

$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} - \frac{1}{2} = 3 \\ + \frac{1}{2} \\ \hline \frac{x}{3} = \frac{7}{2} \\ \cdot 3 \end{array} \right\} + \frac{1}{2} \\ \left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} = \frac{7}{2} \\ \cdot 3 \end{array} \right\} \\ \hline x = \frac{21}{2} \end{array}$	$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3x}{5} - \frac{1}{3} \\ - \frac{3x}{5} + \frac{1}{5} \\ \hline \frac{x}{2} - \frac{3x}{5} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \\ \cdot (-10) \end{array} \right\} - \frac{3x}{5} + \frac{1}{5} \\ \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{3x}{5} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \\ \cdot (-10) \end{array} \right\} \\ \hline \frac{-x}{10} = \frac{-2}{15} \\ \cdot (-10) \\ \hline x = \frac{4}{3} \end{array}$
---	--

Résous les équations suivantes en utilisant un des principes de base.

Attention, si certains calculs sont difficiles à effectuer mentalement, tu peux écrire le détail de ton raisonnement.

$$\frac{x}{5} + \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{3}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{9 - 2}{6}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{7}{6}$$

$$x = \frac{7}{6} \cdot 5$$

$$x = \frac{35}{6}$$

$$\frac{2x}{3} + \frac{1}{5} = \frac{3}{4} - \frac{x}{2}$$

$$\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{4x + 3x}{6} = \frac{15 - 4}{20}$$

$$\frac{7x}{6} = \frac{11}{20}$$

$$x = \frac{11}{20} \cdot \frac{6}{7}$$

$$x = \frac{33}{70}$$

$$\frac{-x}{7} + 2 = x + \frac{1}{5}$$

$$\frac{-x}{7} - x = \frac{1}{5} - 2$$

$$\frac{-x - 7x}{7} = \frac{1 - 10}{5}$$

$$\frac{-8x}{7} = \frac{-9}{5}$$

$$x = \frac{-9}{5} \cdot \frac{-7}{8}$$

$$x = \frac{63}{40}$$

Equations complexes

Pour résoudre une équation complexe avec fractions, tu peux utiliser plusieurs techniques (voir la théorie p. 215 d'Actimath 3).

Ci-dessous, tu trouveras des exemples qui utilisent la même méthode.

Il suffit : de réduire les deux membres au même dénominateur,
de multiplier les deux membres par ce même dénominateur et
de résoudre l'équation sans dénominateur ainsi obtenue.

$\frac{x-2}{3} - \frac{2x+1}{4} = \frac{1-x}{2}$ $12 \cdot \frac{4 \cdot (x-2) - 3 \cdot (2x+1)}{12} = \frac{6 \cdot (1-x)}{12} \cdot 12$ $4x - 8 - 6x - 3 = 6 - 6x$ $-2x - 11 = 6 - 6x$ $-2x + 6x = 6 + 11$ $4x = 17$ $x = \frac{17}{4}$	$x - \frac{x-5}{4} = \frac{2x-3}{2}$ $4 \cdot \frac{4x - 1 \cdot (x-5)}{4} = \frac{2 \cdot (2x-3)}{4} \cdot 4$ $4x - x + 5 = 4x - 6$ $3x + 5 = 4x - 6$ $3x - 4x = -6 - 5$ $-x = -11$ $x = 11$
---	---

Attention, il faut être prudent lors des distributivités pour éviter les fautes de signes.

$\frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} = \frac{1}{3}$ $6 \cdot \frac{2x - 3 \cdot (x-1)}{6} = \frac{1 \cdot 2}{6} \cdot 6$ $2x - 3x + 3 = 2$ $-x = 2 - 3$ $-x = -1$ $x = 1$	$\frac{x}{2} + \frac{3-2x}{4} = x - \frac{3-x}{3}$ $12 \cdot \frac{6x + 3 \cdot (3-2x)}{12} = \frac{12x - 4 \cdot (3-x)}{12} \cdot 12$ $6x + 9 - 6x = 12x - 12 + 4x$ $9 = 16x - 12$ $9 + 12 = 16x$ $21 = 16x$ $\frac{21}{16} = x$	$\frac{1}{2} - \frac{3x+5}{6} = \frac{x}{3}$ $6 \cdot \frac{3 - 1 \cdot (3x+5)}{6} = \frac{2 \cdot x}{6} \cdot 6$ $3 - 3x - 5 = 2x$ $3 - 5 = 2x + 3x$ $-2 = 5x$ $\frac{-2}{5} = x$
---	---	--

Remédiation - Equations avec parenthèses

Avant de résoudre une équation, il faut parfois faire disparaître les parenthèses.

Deux possibilités sont à envisager :

- s'il s'agit d'un produit, on utilise la distributivité;
- s'il s'agit d'une somme, on utilise une des règles de suppression de parenthèses.

Rappel de la distributivité

$$\begin{aligned}
 \underbrace{5}_{1} \cdot \underbrace{(x-3)}_{2} - \underbrace{3}_{3} \cdot \underbrace{(2x+3)}_{4} &= \overbrace{5 \cdot x}^{1} + \overbrace{5 \cdot (-3)}^{2} + \overbrace{(-3) \cdot 2x}^{3} + \overbrace{(-3) \cdot 3}^{4} \\
 &= 5x + (-15) + (-6x) + (-9) \\
 &= 5x - 15 - 6x - 9 \\
 &= -x - 24
 \end{aligned}$$

Remarque : toutes les étapes ne sont pas indispensables.

Dans chaque cas, distribue le facteur souligné et réduis.

$$\underline{4} \cdot (a - 2) + \underline{5} \cdot (a + 3) = 4a - 8 + 5a + 15 = 9a + 7$$

$$-\underline{5} \cdot (-2 + b) - \underline{3} \cdot (b - 1) = 10 - 5b - 3b + 3 = 13 - 8b$$

$$\underline{3x} \cdot (x - 1) + \underline{5x} \cdot (2 - x) = 3x^2 - 3x + 10x - 5x^2 = -2x^2 + 7x$$

$$-\underline{3} \cdot (2x + 3) - \underline{2} \cdot (-x + 4) = -6x - 9 + 2x - 8 = -4x - 17$$

Rappel des règles de suppression de parenthèses

$$3x \oplus (-2x + 6) = \underline{3x \oplus (-2x)} \oplus \underline{(+6)} = 3x - 2x + 6 = x + 6$$

$$2x \ominus (-5x + 4) = \underline{2x \ominus (-5x)} \ominus \underline{(+4)} = 2x + 5x - 4 = 7x - 4$$

Remarque : l'étape soulignée n'est pas indispensable.

Supprime les parenthèses et réduis.

$$5a + (a + 2) - (3a - 1) = 5a + a + 2 - 3a + 1 = 3a + 3$$

$$-3a + (-3a + 5) - (-2a + 5) = -3a - 3a + 5 + 2a - 5 = -4a$$

$$(2b - 5) - (a + 2) + (5a - 6) = 2b - 5 - a - 2 + 5a - 6 = 2b - 13 + 4a$$

$$-(2a - 2) + (-5a - 1) - (3a - 2) = -2a + 2 - 5a - 1 - 3a + 2 = -10a + 3$$

Equations

Résous les équations suivantes après avoir fait disparaître les parenthèses.

$$2 \cdot (x - 5) = -3 \cdot (2 - x)$$

$$2x - 10 = -6 + 3x$$

$$-10 + 6 = 3x - 2x$$

$$-4 = x$$

$$5x - (x - 3) = 2 + (x - 6)$$

$$5x - x + 3 = 2 + x - 6$$

$$4x + 3 = -4 + x$$

$$4x - x = -4 - 3$$

$$3x = -7$$

$$x = \frac{-7}{3}$$

$$-(2x - 1) = -3 \cdot (x + 2)$$

$$-2x + 1 = -3x - 6$$

$$-2x + 3x = -6 - 1$$

$$x = -7$$

$$-3 \cdot (x - 5) = 5 \cdot (3 + x)$$

$$-3x + 15 = 15 + 5x$$

$$15 - 15 = 5x + 3x$$

$$0 = 8x$$

$$0 = x$$

$$x + 3 \cdot (x - 3) = 2 - (x - 6)$$

$$x + 3x - 9 = 2 - x + 6$$

$$4x - 9 = 8 - x$$

$$4x + x = 8 + 9$$

$$5x = 17$$

$$x = \frac{17}{5}$$

$$5 - (2x - 1) = 4 - 3 \cdot (x + 2)$$

$$5 - 2x + 1 = 4 - 3x - 6$$

$$6 - 2x = -2 - 3x$$

$$-2x + 3x = -2 - 6$$

$$x = -8$$

$$-(-x + 4) = -2 \cdot (-5 - x)$$

$$x - 4 = 10 + 2x$$

$$-4 - 10 = 2x - x$$

$$-14 = x$$

$$-2x - 3 \cdot (x + 1) = -5 - (-x + 6)$$

$$-2x - 3x - 3 = -5 + x - 6$$

$$-5x - 3 = -11 + x$$

$$-5x - x = -11 + 3$$

$$-6x = -8$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$-(-5x + 2) = (x - 1) - 3 \cdot (x + 2)$$

$$5x - 2 = x - 1 - 3x - 6$$

$$5x - 2 = -2x - 7$$

$$5x + 2x = -7 + 2$$

$$7x = -5$$

$$x = \frac{-5}{7}$$

$$x \cdot (x - 5) - 4 = x \cdot (3 + x)$$

$$\underline{x^2} - 5x - 4 = 3x + \underline{x^2}$$

$$-4 = 3x + 5x$$

$$-4 = 8x$$

$$\frac{-1}{2} = x$$

$$x - 2x \cdot (x - 3) = 1 + 2x \cdot (-x - 6)$$

$$x - \underline{2x^2} + 6x = 1 - \underline{2x^2} - 12x$$

$$7x = 1 - 12x$$

$$7x + 12x = 1$$

$$19x = 1$$

$$x = \frac{1}{19}$$

$$-(3x - 1) \cdot (x - 1) = 2 - 3x \cdot (x + 2)$$

$$(-3x + 1) \cdot (x - 1) = 2 - 3x \cdot (x + 2)$$

$$\underline{-3x^2} + 3x + x - 1 = 2 - \underline{3x^2} - 6x$$

$$4x + 6x = 2 + 1$$

$$10x = 3$$

$$x = \frac{3}{10}$$

Remédiation - Problèmes à une inconnue

Mise en équation

Problème 1

Un père a 26 ans de plus que son fils. Dans 4 ans, l'âge du père sera le triple de celui de son fils. Détermine l'âge actuel du père et celui du fils.

- a) Je te propose 45 ans pour l'âge du père. Vérifie ma solution en complétant le tableau. Fais de même avec 32 ans comme solution

	Ages actuels	Ages dans 4 ans
Père	45	49
Fils	19	23

Vérification : $49 = 3 \cdot 23$ (faux)

	Ages actuels	Ages dans 4 ans
Père	32	36
Fils	6	10

Vérification : $36 = 3 \cdot 10$ (faux)

- b) Complète le tableau ci-dessous et traduis le problème en équation.

	Ages actuels	Ages dans 4 ans
Père	x	$x + 4$
Fils	$x - 26$	$x - 22$

Mise en équation : $x + 4 = 3 \cdot (x - 22)$

Problème 2

Lors d'un match opposant le Sporting d'Anderlecht au Club de Bruges, on a enregistré 37 000 entrées, les unes à 16 € et les autres à 24 €. La recette totale s'est élevée à 692 000 €. Détermine le nombre de tickets vendus à 16 €.

Je te propose une solution

"On a vendu 24 500 entrées à 16 €".

Vérifie si ma solution est exacte.

$$\begin{aligned}
 & 24\,500 \cdot 16 + 12\,500 \cdot 24 \\
 &= 392\,000 \text{ €} + 300\,000 \text{ €} \\
 &= 692\,000 \text{ €} . \text{ La solution proposée est donc exacte.}
 \end{aligned}$$

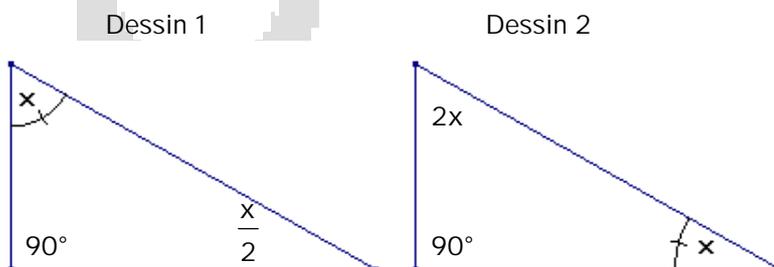
En pensant aux calculs effectués ci-dessus, détermine l'équation qui te permettrait de résoudre le problème.

- a) $16 \cdot x + 24 \cdot x = 692\,000$ c) $16 \cdot x + 24 \cdot x = 37\,000$
 b) $16 \cdot x + 24 \cdot (37\,000 - x) = 692\,000$ d) $24 \cdot x + (37\,000 - x) = 692\,000$

Problème 3

Dans un triangle rectangle, un angle aigu a comme amplitude la moitié de celle de l'autre angle aigu. Détermine l'amplitude des angles du triangle.

Indique l'amplitude de chaque angle des triangles ci-dessous en respectant l'énoncé.



Parmi les équations ci-dessous, quelles sont celles qui te permettraient de résoudre le problème ? Pour chaque équation utile, indique le dessin auquel elle se rapporte.

- | | | | |
|---------------------------|-----------------|---------------------------------|-----------------|
| a) $x + x + 90 = 180$ | ---- | d) $x + 2x = 180$ | ---- |
| b) $x + 2x + 90 = 180$ | dessin 2 | e) $x + 2x = 90$ | dessin 2 |
| c) $x + \frac{x}{2} = 90$ | dessin 1 | f) $x + \frac{x}{2} + 90 = 180$ | dessin 1 |

Problème 4

Une salle de cinéma a enregistré pour la projection d'un film 125 entrées. Le prix de la place est de 11 €, mais les étudiants ne paient que 9 €. La recette a été de 1305 €. Combien y a-t-il eu de spectateurs étudiants et combien de spectateurs plein tarif ?

Choix de l'inconnue

x : le nombre de places à 11 €
 $125 - x$: le nombre de places à 9 €

Mise en équation

$$11 \cdot x + (125 - x) \cdot 9 = 1305$$

Résolution de l'équation

$$11x + 1125 - 9x = 1305$$

$$11x - 9x = 1305 - 1125$$

$$2x = 180$$

$$x = 90$$

Solution du problème

On a vendu **90 places à 11 € et 35 places à 9 €.**

Vérification

Recette des places à 11 €
 $90 \cdot 11 \text{ €} = 990 \text{ €}$
 Recette des places à 9€
 $35 \cdot 9 \text{ €} = 315 \text{ €}$
 Recette totale
 $990 \text{ €} + 315 \text{ €} = 1305 \text{ €}$