Remédiation – Théorème de Pythagore

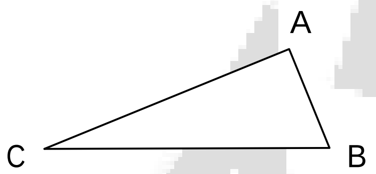
Rappel du théorème de Pythagore

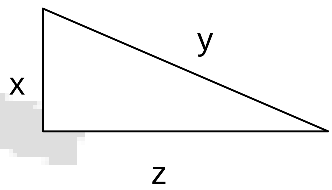
a) Enonce le théorème de Pythagore.

Dans tout triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à

La somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

b) Applique le théorème de Pythagore aux triangles rectangles ci-dessous.

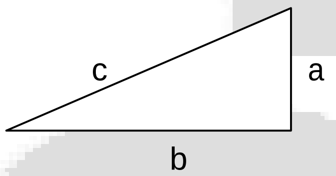




$|CB|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$

$y^2 = x^2 + z^2$

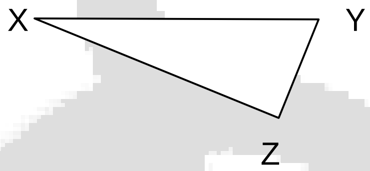
c) Pour chaque triangle rectangle, entoure la bonne formulation du théorème de Pythagore.
Explique pourquoi les deux autres sont fausses.



1) $a^2 = b^2 + c^2$

2) $c = a + b$

3) $\underline{c^2 = a^2 + b^2}$



1) $\underline{|XY|^2 = |XZ|^2 + |ZY|^2}$

2) $|YZ|^2 = |XZ|^2 + |XY|^2$

3) $|XZ|^2 = |YZ|^2 + |XY|^2$

$a^2 = b^2 + c^2$ est incorrecte car a n'est pas la longueur de l'hypoténuse.

$c = a + b$ est incorrecte car les longueurs des côtés ne sont pas au carré.

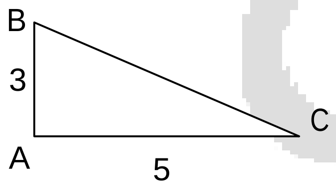
$|YZ|^2 = |XZ|^2 + |XY|^2$ est incorrecte car $|YZ|$ n'est pas la longueur de l'hypoténuse.

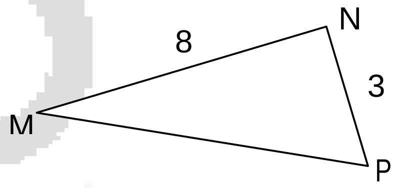
$|XZ|^2 = |YZ|^2 + |XY|^2$ est incorrecte car $|XZ|$ n'est pas la longueur de l'hypoténuse.

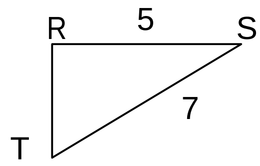
Application du théorème de Pythagore

a) Applications directes

Dans chaque triangle **rectangle**, nomme les sommets, puis détermine la longueur du 3e côté.







Par Pythagore dans le triangle rectangle ABC, on peut écrire que

$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$
$|BC|^2 = 3^2 + 5^2$
$|BC|^2 = 9 + 25$
$|BC|^2 = 36$
$|BC| = 6$

Par Pythagore dans le triangle rectangle MNP, on peut écrire que

$|MP|^2 = |MN|^2 + |NP|^2$
$|MP|^2 = 8^2 + 3^2$
$|MP|^2 = 64 + 9$
$|MP|^2 = 73$
$|MP| = \sqrt{73}$

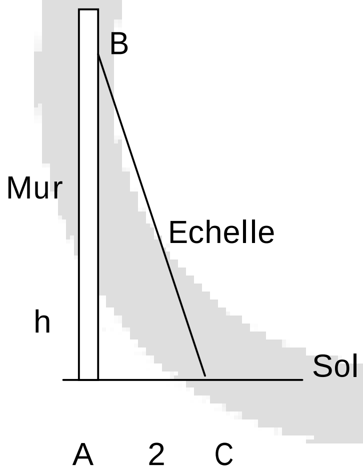
Par Pythagore dans le triangle rectangle RST, on peut écrire que

$|TS|^2 = |RT|^2 + |RS|^2$
$7^2 = |RT|^2 + 5^2$
$49 = |RT|^2 + 25$
$49 - 25 = |RT|^2$
$24 = |RT|^2$
$|RT| = 2\sqrt{6}$

Problème

L'extrémité d'une échelle de 7m de long est appuyée contre un mur vertical et son pied est à 2 m du mur. Indique, sur le dessin, les renseignements fournis, puis calcule la hauteur du point d'appui du sommet de l'échelle contre le mur.

Schéma



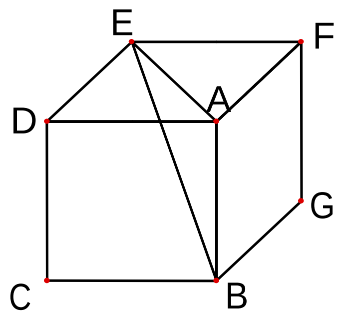
Appelons h la hauteur du point d'appui de l'échelle sur le mur.En vertu du théorème de Pythagore, nous avons dans le triangle rectangle ABC,

$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$
$7^2 = |AB|^2 + 2^2$
$49 = |AB|^2 + 4$
$49 - 4 = |AB|^2$
$\sqrt{45} = |AB|$
$\sqrt{9.5} = |AB|$
$|AB| = 3\sqrt{5}$

c) Exercices dans l'espace

1) Détermine la longueur de la diagonale [EB] d'un cube de 6 cm d'arête.

1°) Calcule |EA| en utilisant le triangle EFA rectangle F



Dans le triangle EFA,rectangle en F, on a

$$|EA|^2 = |EF|^2 + |AF|^2$$
$$|EA|^2 = 36 + 36 = 72$$
$$|EA| = \sqrt{72} = \sqrt{36.2} = 6\sqrt{2}$$

2°) Calcule |EB| en utilisant le triangle EAB rectangle en A

Dans le triangle EAB, rectangle en A, on a........................

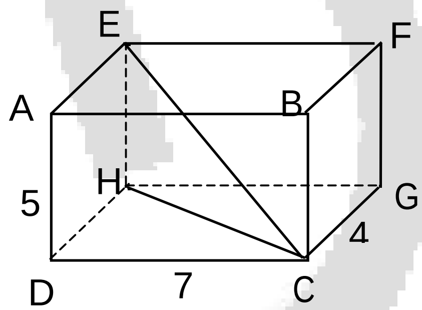
$$|EB|^2 = |EA|^2 + |AB|^2$$
$$|EB|^2 = 72 + 36$$
$$|EB|^2 = 108$$
$$|EB| = \sqrt{108} = \sqrt{36.3} = 6\sqrt{3}$$

2) Détermine la longueur d'une diagonale [EC] d'un parallélépipède rectangle.

Dans le triangle HDC, rectangle en D, on a

$$|HC|^2 = |HD|^2 + |DC|^2$$
$$|HC|^2 = 4^2 + 7^2$$
$$|HC|^2 = 16 + 49$$
$$|HC|^2 = 65$$

Dans le triangle EHC, rectangle en H, on a



$$|EC|^2 = |EH|^2 + |HC|^2$$
$$|EC|^2 = 5^2 + 65$$
$$|EC|^2 = 25 + 65$$
$$|EC|^2 = 90$$
$$|EC| = \sqrt{90} = \sqrt{9.10} = 3\sqrt{10}$$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Rappel de la réciproque du théorème de Pythagore

a) Enonce la réciproque du théorème de Pythagore.

Si, dans un triangle, le carré de la longueur d´un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.

b) A quoi peut servir la réciproque du théorème de Pythagore ?

La réciproque du théorème de Pythagore peut servir à démontrer qu'un triangle est rectangle en vérifiant que le carré de la longueur de son côté le plus grand est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Utilisation de la réciproque du théorème de Pythagore

a) Les triangles suivants sont-ils rectangles ? Si oui, détermine le sommet de l'angle droit.

Triangle ABC

$|AB| = 4$, $|BC| = 3$, $|AC| = 5$

Vérification par calcul

$$|AC|^2 = 5^2 = 25$$

$$|AB|^2 + |BC|^2 = 16 + 9 = 25$$

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

Conclusion

Le triangle ABC est rectangle en B.

Triangle XYZ

$|XY| = 13$, $|YZ| = 5$, $|ZX| = 12$

Vérification par calcul

$$|XY|^2 = 13^2 = 169$$

$$|YZ|^2 + |ZX|^2 = 5^2 + 12^2 = 169$$

$$|XY|^2 = |YZ|^2 + |ZX|^2$$

Conclusion

Le triangle XYZ est rectangle en Z.

Triangle DEF

$|DE| = 6$, $|EF| = 6\sqrt{3}$, $|DF| = 6$

Vérification par calcul

$$|EF|^2 = \left(6\sqrt{3}\right)^2 = 36.3 = 108$$

$$|DE|^2 + |DF|^2 = 36 + 36 = 72$$

$$|EF|^2 \neq |DE|^2 + |DF|^2$$

Conclusion

Le triangle DEF n'est pas rectangle.

Triangle RTB

|RB|= 10,|RT|= 8, |BT|= 6

Vérification par calcul

$$|RB|^2 = 100$$

$$|RT|^2 + |BT|^2 = 8^2 + 6^2$$

$$|RT|^2 + |BT|^2 = 64 + 36$$

$$|RT|^2 + |BT|^2 = 100$$

$$|RB|^2 = |RT|^2 + |BT|^2$$

Conclusion

Le triangle RTB est rectangle en T.

Triangle RTL

|RT|=5,|LT|= 13,|RL|=10

Vérification par calcul

$$|LT|^2 = 169$$

$$|RT|^2 + |RL|^2 = 5^2 + 10^2$$

$$|RT|^2 + |RL|^2 = 25 + 100$$

$$|RT|^2 + |RL|^2 = 125$$

$$|LT|^2 \neq |RT|^2 + |RL|^2$$

Conclusion

Le triangle RTL n'est pas rectangle.

Triangle RTC

$|RC|=5, |RT|=4\sqrt{2}$ $|TC|=\sqrt{7}$

Vérification par calcul

$$|RT|^2 = \left(4\sqrt{2}\right)^2$$

$$|RT|^2 = 16 \bullet 2 = 32$$

$$|RC|^2 + |TC|^2 = 25 + 7 = 32$$

$$|RT|^2 = |RC|^2 + |TC|^2$$

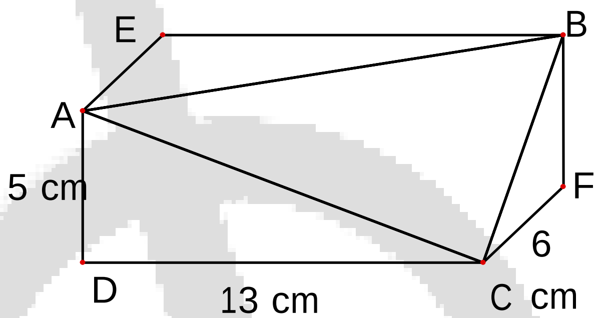
Conclusion

Le triangle RTC est rectangle en C.

b) Un parallélépipède rectangle a été sectionné comme le montre la figure ci-contre.

Calcule la longueur des segments [AC], [CB] puis [AB].
Le triangle ABC est-il rectangle ?

Pourquoi ?



Dans le triangle ACD

$$|AC|^2 = 5^2 + 13^2$$

$$|AC|^2 = 25 + 169$$

$$|AC|^2 = 194$$

Dans le triangle AEB

$$|AB|^2 = 6^2 + 13^2$$

$$|AB|^2 = 36 + 169$$

$$|AB|^2 = 205$$

Dans le triangle BCF

$$|BC|^2 = 5^2 + 6^2$$

$$|BC|^2 = 25 + 36$$

$$|BC|^2 = 61$$

Le triangle ABC est rectangle en C car

$$205 = 194 + 61$$

$$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$$

Actimath 3 - Chapitre 3 – Activité 2 p. 31, 4 p. 34, 5 p. 35

Actimath 3- Chapitre 3 - Exercices : Série 1 p. 45 et 46 – Série 3 p. 47 et 48

Corrigé de l'exercice 1

►**1.** Soit IGR un triangle rectangle en G tel que : $RG = 10\,\text{cm}$ et $IG = 10{,}5\,\text{cm}$.
Calculer la longueur IR.

....

Le triangle IGR est rectangle en G.
Son hypoténuse est $[IR]$.
D'après le **théorème de Pythagore** :

$$IR^2 = RG^2 + IG^2$$
$$IR^2 = 10^2 + 10{,}5^2$$
$$IR^2 = 100 + 110{,}25$$
$$IR^2 = 210{,}25$$

$$\boxed{\text{Donc } IR = \sqrt{210{,}25} = 14{,}5\,\text{cm}}$$

►**2.** Soit OLR un triangle rectangle en O tel que : $LR = 8{,}5\,\text{cm}$ et $LO = 6{,}8\,\text{cm}$.
Calculer la longueur RO.

....

Le triangle OLR est rectangle en O.
Son hypoténuse est $[LR]$.
D'après le **théorème de Pythagore** :

$$LR^2 = RO^2 + LO^2$$
$$RO^2 = LR^2 - LO^2 \qquad \text{(On cherche } RO\text{)}$$
$$RO^2 = 8{,}5^2 - 6{,}8^2$$
$$RO^2 = 72{,}25 - 46{,}24$$
$$RO^2 = 26{,}01$$

$$\boxed{\text{Donc } RO = \sqrt{26{,}01} = 5{,}1\,\text{cm}}$$

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** Soit QEH un triangle rectangle en H tel que : $EH = 3{,}2\,\text{cm}$ et $QE = 6{,}8\,\text{cm}$.
Calculer la longueur QH.

....

Le triangle QEH est rectangle en H.
Son hypoténuse est $[QE]$.
D'après le **théorème de Pythagore** :

$$QE^2 = EH^2 + QH^2$$
$$QH^2 = QE^2 - EH^2 \qquad \text{(On cherche } QH\text{)}$$
$$QH^2 = 6{,}8^2 - 3{,}2^2$$
$$QH^2 = 46{,}24 - 10{,}24$$
$$QH^2 = 36$$

$$\boxed{\text{Donc } QH = \sqrt{36} = 6\,\text{cm}}$$

►**2.** Soit PAZ un triangle rectangle en A tel que : $ZA = 9{,}9\,\text{cm}$ et $PA = 16{,}8\,\text{cm}$.
Calculer la longueur PZ.

....

Le triangle PAZ est rectangle en A.
Son hypoténuse est $[PZ]$.
D'après le **théorème de Pythagore** :

$$PZ^2 = ZA^2 + PA^2$$
$$PZ^2 = 9{,}9^2 + 16{,}8^2$$
$$PZ^2 = 98,01 + 282{,}24$$
$$PZ^2 = 380{,}25$$

$$\boxed{\text{Donc } PZ = \sqrt{380{,}25} = 19{,}5\,\text{cm}}$$

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** Soit VDM un triangle rectangle en D tel que : $VD = 7{,}2\,\text{cm}$ et $MD = 3\,\text{cm}$.
Calculer la longueur VM.

....

Le triangle VDM est rectangle en D.
Son hypoténuse est $[VM]$.

D'après le **théorème de Pythagore** :

$$VM^2 = MD^2 + VD^2$$
$$VM^2 = 3^2 + 7{,}2^2$$
$$VM^2 = 9 + 51{,}84$$
$$VM^2 = 60{,}84$$

$\boxed{\text{Donc } VM = \sqrt{60{,}84} = 7{,}8\,\text{cm}}$

►**2.** Soit STH un triangle rectangle en T tel que : $HT = 4{,}4\,\text{cm}$ et $SH = 12{,}5\,\text{cm}$.
Calculer la longueur ST.

....

Le triangle STH est rectangle en T.
Son hypoténuse est $[SH]$.
D'après le **théorème de Pythagore** :

$SH^2 = HT^2 + ST^2$

$ST^2 = SH^2 - HT^2$ (On cherche ST)

$ST^2 = 12{,}5^2 - 4{,}4^2$

$ST^2 = 156{,}25 - 19{,}36$

$ST^2 = 136{,}89$

$\boxed{\text{Donc } ST = \sqrt{136{,}89} = 11{,}7\,\text{cm}}$

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Soit GCJ un triangle rectangle en J tel que : $CG = 15{,}9\,\text{cm}$ et $GJ = 8{,}4\,\text{cm}$.
Calculer la longueur CJ.

....

Le triangle GCJ est rectangle en J.
Son hypoténuse est $[CG]$.
D'après le **théorème de Pythagore** :

$CG^2 = GJ^2 + CJ^2$

$CJ^2 = CG^2 - GJ^2$ (On cherche CJ)

$CJ^2 = 15{,}9^2 - 8{,}4^2$

$CJ^2 = 252{,}81 - 70{,}56$

$CJ^2 = 182{,}25$

$\boxed{\text{Donc } CJ = \sqrt{182{,}25} = 13{,}5\,\text{cm}}$

►**2.** Soit PMY un triangle rectangle en Y tel que : $PY = 10{,}2\,\text{cm}$ et $MY = 13{,}6\,\text{cm}$.
Calculer la longueur MP.

....

Le triangle PMY est rectangle en Y.
Son hypoténuse est $[MP]$.
D'après le **théorème de Pythagore** :

$MP^2 = PY^2 + MY^2$

$MP^2 = 10{,}2^2 + 13{,}6^2$

$MP^2 = 104, 04 + 184{,}96$

$MP^2 = 289$

$\boxed{\text{Donc } MP = \sqrt{289} = 17\,\text{cm}}$

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Soit CWT un triangle rectangle en T tel que : $WT = 3{,}6\,\text{cm}$ et $CT = 7{,}7\,\text{cm}$.
Calculer la longueur CW.

....

Le triangle CWT est rectangle en T.
Son hypoténuse est $[CW]$.
D'après le **théorème de Pythagore** :

$CW^2 = WT^2 + CT^2$

$CW^2 = 3{,}6^2 + 7{,}7^2$

$CW^2 = 12, 96 + 59{,}29$

$CW^2 = 72{,}25$

$\boxed{\text{Donc } CW = \sqrt{72{,}25} = 8{,}5\,\text{cm}}$

►2. Soit NFO un triangle rectangle en N tel que : $OF = 18{,}5\,\text{cm}$ et $ON = 15{,}3\,\text{cm}$.
Calculer la longueur FN.

....

Le triangle NFO est rectangle en N.
Son hypoténuse est $[OF]$.
D'après le **théorème de Pythagore** :

$OF^2 = FN^2 + ON^2$

$FN^2 = OF^2 - ON^2$ (On cherche FN)

$FN^2 = 18{,}5^2 - 15{,}3^2$

$FN^2 = 342{,}25 - 234{,}09$

$FN^2 = 108{,}16$

$\boxed{\text{Donc } FN = \sqrt{108{,}16} = 10{,}4\,\text{cm}}$

Corrigé de l'exercice 6

Soit PJQ un triangle tel que : $QP = 5{,}1\,\text{cm}$, $QJ = 4{,}5\,\text{cm}$ et $PJ = 2{,}4\,\text{cm}$.
Quelle est la nature du triangle PJQ ?

....

Le triangle PJQ n'est ni isocèle, ni équilatéral.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet QP^2 = 5{,}1^2 = 26{,}01 \qquad ([QP] \text{ est le plus grand côté.}) \\ \bullet PJ^2 + QJ^2 = 2{,}4^2 + 4{,}5^2 = 26{,}01 \end{array}\right\} \text{Donc } QP^2 = PJ^2 + QJ^2.$$

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle } PJQ \text{ est rectangle en } J.}$

Corrigé de l'exercice 7

Soit NHI un triangle tel que : $IH = 6{,}5\,\text{cm}$, $NH = 15{,}6\,\text{cm}$ et $NI = 16{,}9\,\text{cm}$.
Quelle est la nature du triangle NHI ?

....

Le triangle NHI n'est ni isocèle, ni équilatéral.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet NI^2 = 16{,}9^2 = 285{,}61 \qquad ([NI] \text{ est le plus grand côté.}) \\ \bullet IH^2 + NH^2 = 6{,}5^2 + 15{,}6^2 = 285{,}61 \end{array}\right\} \text{Donc } NI^2 = IH^2 + NH^2.$$

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle } NHI \text{ est rectangle en } H.}$

Corrigé de l'exercice 8

Soit DPS un triangle tel que : $PD = 18{,}7\,\text{cm}$, $DS = 8{,}8\,\text{cm}$ et $PS = 16{,}5\,\text{cm}$.
Quelle est la nature du triangle DPS ?

....

Le triangle DPS n'est ni isocèle, ni équilatéral.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet PD^2 = 18{,}7^2 = 349{,}69 \qquad ([PD] \text{ est le plus grand côté.}) \\ \bullet DS^2 + PS^2 = 8{,}8^2 + 16{,}5^2 = 349{,}69 \end{array}\right\} \text{Donc } PD^2 = DS^2 + PS^2.$$

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle } DPS \text{ est rectangle en } S.}$

Corrigé de l'exercice 9

Soit JEL un triangle tel que : $LJ = 8{,}4\,\text{cm}$, $EL = 15{,}9\,\text{cm}$ et $EJ = 13{,}5\,\text{cm}$.
Quelle est la nature du triangle JEL ?

. . . .

Le triangle JEL n'est ni isocèle, ni équilatéral.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet EL^2 = 15{,}9^2 = 252{,}81 \qquad ([EL] \text{ est le plus grand côté.}) \\ \\ \bullet LJ^2 + EJ^2 = 8{,}4^2 + 13{,}5^2 = 252{,}81 \end{array}\right\} \text{Donc } EL^2 = LJ^2 + EJ^2.$$

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle } JEL \text{ est rectangle en } J.}$

Corrigé de l'exercice 10

Soit RAX un triangle tel que : $XR = 13{,}2\,\text{cm}$, $XA = 16{,}5\,\text{cm}$ et $AR = 9{,}9\,\text{cm}$.
Quelle est la nature du triangle RAX ?

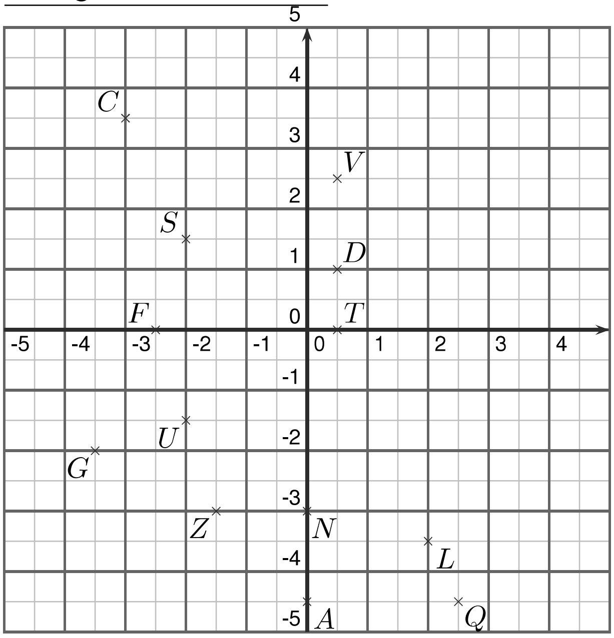
. . . .

Le triangle RAX n'est ni isocèle, ni équilatéral.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet XA^2 = 16{,}5^2 = 272{,}25 \qquad ([XA] \text{ est le plus grand côté.}) \\ \\ \bullet AR^2 + XR^2 = 9{,}9^2 + 13{,}2^2 = 272{,}25 \end{array}\right\} \text{Donc } XA^2 = AR^2 + XR^2.$$

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle } RAX \text{ est rectangle en } R.}$

Corrigé de l'exercice 1

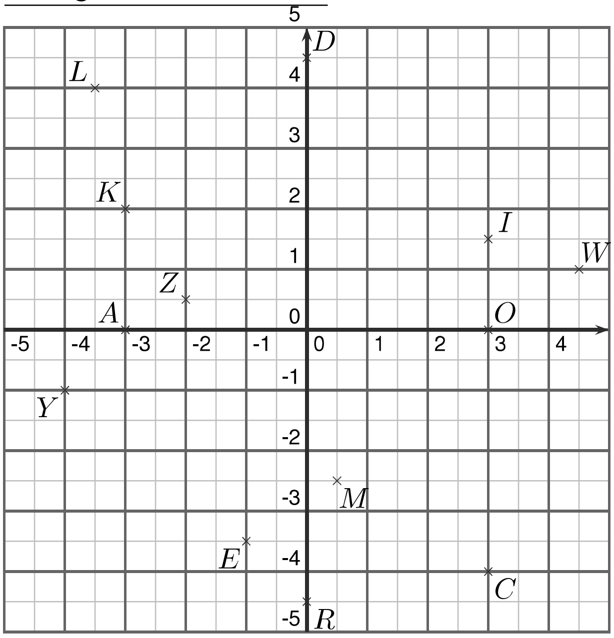


►**1.** Donner les coordonnées des points A, C, D, F, G et L. Les coordonnées du point A sont $(0\ ;\ -4{,}5)$
Les coordonnées du point C sont $(-3\ ;\ 3{,}5)$
Les coordonnées du point D sont $(0{,}5\ ;\ 1)$
Les coordonnées du point F sont $(-2{,}5\ ;\ 0)$
Les coordonnées du point G sont $(-3{,}5\ ;\ -2)$
Les coordonnées du point L sont $(2\ ;\ -3{,}5)$

►**2.** Placer dans le repère les points N, Q, S, T, U et V de coordonnées respectives $(0\ ;\ -3)$, $(2{,}5\ ;\ -4{,}5)$, $(-2\ ;\ 1{,}5)$, $(0{,}5\ ;\ 0)$, $(-2\ ;\ -1{,}5)$ et $(0{,}5\ ;\ 2{,}5)$.

►**3.** Placer dans le repère le point Z d'ordonnée -3 et d'abscisse -1,5

Corrigé de l'exercice 2

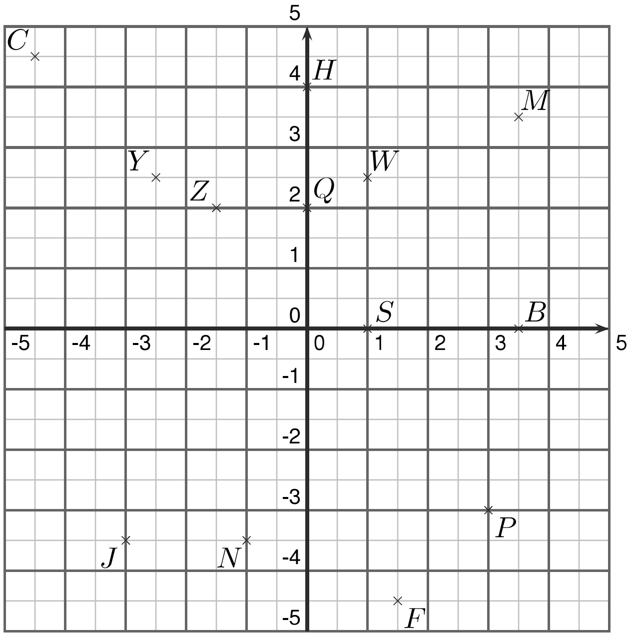


►**1.** Donner les coordonnées des points A, C, D, E, I et K. Les coordonnées du point A sont $(-3\ ;\ 0)$
Les coordonnées du point C sont $(3\ ;\ -4)$
Les coordonnées du point D sont $(0\ ;\ 4{,}5)$
Les coordonnées du point E sont $(-1\ ;\ -3{,}5)$
Les coordonnées du point I sont $(3\ ;\ 1{,}5)$
Les coordonnées du point K sont $(-3\ ;\ 2)$

►**2.** Placer dans le repère les points L, M, O, R, W et Y de coordonnées respectives $(-3{,}5\ ;\ 4)$, $(0{,}5\ ;\ -2{,}5)$, $(3\ ;\ 0)$, $(0\ ;\ -4{,}5)$, $(4{,}5\ ;\ 1)$ et $(-4\ ;\ -1)$.

►**3.** Placer dans le repère le point Z d'abscisse -2 et d'ordonnée 0,5

Corrigé de l'exercice 3



▶**1.** Donner les coordonnées des points B, C, F, H, J et M. Les coordonnées du point B sont $(3{,}5\ ;\ 0)$

Les coordonnées du point C sont $(-4{,}5\ ;\ 4{,}5)$

Les coordonnées du point F sont $(1{,}5\ ;\ -4{,}5)$

Les coordonnées du point H sont $(0\ ;\ 4)$

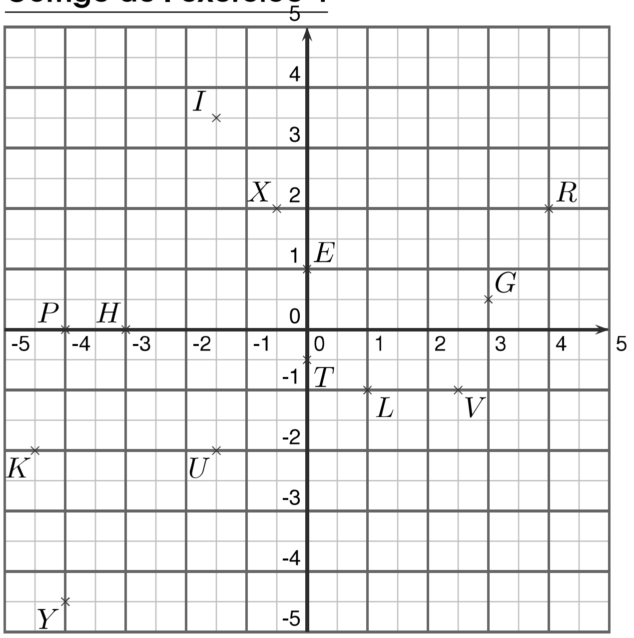
Les coordonnées du point J sont $(-3\ ;\ -3{,}5)$

Les coordonnées du point M sont $(3{,}5\ ;\ 3{,}5)$

▶**2.** Placer dans le repère les points N, P, Q, S, W et Y de coordonnées respectives $(-1\ ;\ -3{,}5)$, $(3\ ;\ -3)$, $(0\ ;\ 2)$, $(1\ ;\ 0)$, $(1\ ;\ 2{,}5)$ et $(-2{,}5\ ;\ 2{,}5)$.

▶**3.** Placer dans le repère le point Z d'abscisse -1,5 et d'ordonnée 2

Corrigé de l'exercice 4



▶**1.** Donner les coordonnées des points E, G, H, I, K et L. Les coordonnées du point E sont $(0\ ;\ 1)$

Les coordonnées du point G sont $(3\ ;\ 0{,}5)$

Les coordonnées du point H sont $(-3\ ;\ 0)$

Les coordonnées du point I sont $(-1{,}5\ ;\ 3{,}5)$

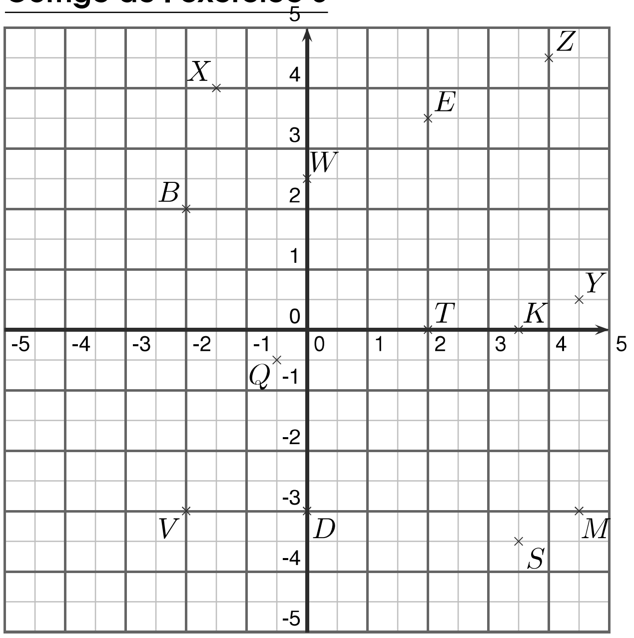
Les coordonnées du point K sont $(-4{,}5\ ;\ -2)$

Les coordonnées du point L sont $(1\ ;\ -1)$

▶**2.** Placer dans le repère les points P, R, T, U, V et X de coordonnées respectives $(-4\ ;\ 0)$, $(4\ ;\ 2)$, $(0\ ;\ -0{,}5)$, $(-1{,}5\ ;\ -2)$, $(2{,}5\ ;\ -1)$ et $(-0{,}5\ ;\ 2)$.

▶**3.** Placer dans le repère le point Y d'ordonnée -4,5 et d'abscisse -4

Corrigé de l'exercice 5



▶**1.** Donner les coordonnées des points B, D, E, K, M et Q. Les coordonnées du point B sont $(-2\ ;\ 2)$

Les coordonnées du point D sont $(0\ ;\ -3)$

Les coordonnées du point E sont $(2\ ;\ 3{,}5)$

Les coordonnées du point K sont $(3{,}5\ ;\ 0)$

Les coordonnées du point M sont $(4{,}5\ ;\ -3)$

Les coordonnées du point Q sont $(-0{,}5\ ;\ -0{,}5)$

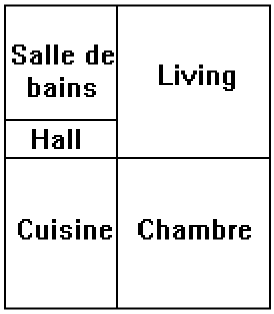
▶**2.** Placer dans le repère les points S, T, V, W, X et Y de coordonnées respectives $(3{,}5\ ;\ -3{,}5)$, $(2\ ;\ 0)$, $(-2\ ;\ -3)$, $(0\ ;\ 2{,}5)$, $(-1{,}5\ ;\ 4)$ et $(4{,}5\ ;\ 0{,}5)$.

▶**3.** Placer dans le repère le point Z d'ordonnée 4,5 et d'abscisse 4

1. Échelle

1) Voici le plan d'un appartement. ***Retrouve*** les dimensions **réelles** des différentes pièces. Exprime chaque dimension réelle en **m**.

Échelle $\frac{1}{300}$



- **Salle de bains**. Elle est de forme carrée. Tous les côtés sont de même mesure.

  Dimensions sur le plan : chaque côté mesure 1,5 **cm**

  Dimensions réelles : chaque côté mesure 1,5 **cm .** 300 = 450 **cm** = 4,5 **m**

  La salle de bains est un carré de 4,5 **m** de côté dans la réalité.

- **Hall**. Il est de forme rectangulaire.

  Dimensions sur le plan : La mesure de la longueur (L) = 1,5 **cm**

  La mesure de la largeur (l) = 0,5 **cm**

  Dimensions réelles : La mesure de la longueur (L) = 1,5 **cm** . 300 = 450 **cm** = 4,5 **m**

  La mesure de la largeur (l) **=** 0,5 **cm** . 300 = 150 **cm** = 1,5 **m**

  Le hall a une longueur de 4,5 **m** et une largeur de 1,5 **m** dans la réalité.

- **Cuisine**. Elle est de forme rectangulaire.

  Dimensions sur le plan : La longueur mesure (L) = 2 **cm**

  La largeur mesure (l) = 1,5 **cm**

  Dimensions réelles : La mesure de la longueur (L) = 2 **cm** . 300 = 600 **cm** = 6 **m**

  La mesure de la largeur (l) **=** 1,5 **cm** . 300 = 450 **cm** = 4,5 **m**

  La cuisine a une longueur de 6 **m** et une largeur de 4,5 **m** dans la réalité.

- **Living**. Il est de forme carrée. Tous les côtés sont de même mesure.

  Dimensions sur le plan : chaque côté mesure 2 **cm**

  Dimensions réelles : chaque côté mesure 2 **cm .** 300 = 600 **cm** = 6 **m**

  Le living est un carré de 6 **m** de côté dans la réalité.

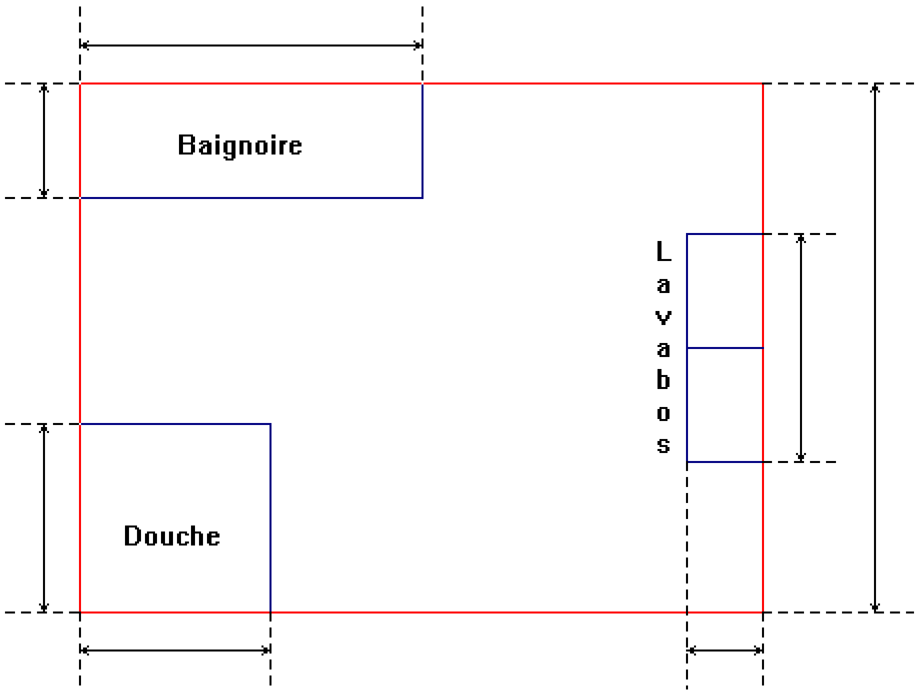
- **Chambre**. Elle est de forme carrée. Tous les côtés possèdent la même mesure.

  Dimensions sur le plan : chaque côté mesure 2 **cm**

  Dimensions réelles : chaque côté mesure 2 **cm** . 300 = 600 **cm** = 6 **m**

  La chambre est un carré de 6 **m** de côté dans la réalité.

2) Voici le plan d'une **salle de bains** à l'échelle $\frac{1}{40}$. Recherche les dimensions **réelles** de cette pièce et des éléments qui la composent. Exprime-les en **m**.



- Pièce. La salle de bains est de forme rectangulaire.

  Dimensions sur le plan : sa longueur (L) mesure 9 **cm** et sa largeur (l) 7 **cm**.

  Dimensions réelles : sa longueur (L) mesure 9 **cm .** 40 = 360 **cm** = 3,6 **m**

  sa largeur (l) mesure 7**cm .** 40 = 280 **cm** = 2,8 **m**

  La pièce a une longueur de 3,60 **m** et une largeur de 2,80 **m** dans la réalité.

- Baignoire. La baignoire est de forme rectangulaire.

  Dimensions sur le plan : sa longueur mesure 4,5 **cm** et sa largeur mesure 1,5 **cm**.

  Dimensions réelles : sa longueur réelle mesure 4,5 **cm .** 40 = 180 **cm** = 1,80 **m**

  sa largeur réelle mesure 1,5 **cm .** 40 = 60 **cm** = 0,6 **m**

  La baignoire a une longueur de 1,80 **m** et une largeur de 0,6 **m**.

- Lavabos. Les lavabos ont une forme rectangulaire

  Dimensions sur le plan : la longueur totale des deux lavabos mesure 3 **cm**.

  la largeur de chaque lavabo mesure 1 **cm**

  Dimensions réelles : la longueur totale des deux lavabos mesure 3 **cm .** 40 = 120 **cm**

  = 1,20 **m**

  La largeur de chaque lavabo mesure 1 **cm** . 40 = 40 **cm**

  = **0,4 m**

  La longueur totale des deux lavabos est de 1,20 **m** et chaque lavabo possède une largeur de 0,4 **m**.

- Douche. La douche est de forme carrée. Tous les côtés sont de même mesure.

  Dimensions sur le plan : chaque côté mesure 2,5 **cm**.

  Dimensions réelles : chaque côté mesure 2,5 **cm .** 40 = 100 **cm =** 1 **m**.

  La douche est un carré de 1 **m** de côté.

3) Sur un plan à l'échelle $\frac{1}{50}$, la longueur d'une maison est 30 **cm**. Sur un plan à l'échelle $\frac{1}{100}$, sa largeur est 1 **dm**. Quelles sont les dimensions réelles de la maison ? Exprime chacune des dimensions en **m**.

La longueur réelle de cette maison est de 30 **cm .** 50 = 1 500 **cm** = 15 **m**

La largeur réelle de cette maison est de 1 **dm .** 100 = 100 **dm** = 10 **m**

Les dimensions réelles de la maison sont de 15 m sur 10 m.

4) Sur un plan à l'échelle $\frac{1}{250}$, un terrain à bâtir de forme rectangulaire mesure 22 **cm** sur 8 **cm**. Quelles sont les mesures réelles de ce terrain ? Exprime-les en **m**.

La longueur de ce terrain à bâtir est de 22 **cm .** 250 = 5 500 **cm** = 55 **m**

La largeur de ce même terrain est de 8 **cm .** 250 = 2 000 **cm** = 20 **m**

Les dimensions réelles de ce terrain sont de 55 m sur 20 m.

5) Sur un plan, à l'échelle $\frac{1}{150}$, quelles sont les dimensions d'un jardin rectangulaire dont la longueur et la largeur mesurent respectivement 15 **m** et 12,5 **m** ? Arrondis tes résultats au 10^{e} près par défaut.

La longueur réelle de ce jardin mesure 15 **m** ou encore 1 500 **cm**

La longueur de ce jardin sur un plan à l'échelle $\frac{1}{150}$ est de 1500 **cm :** 150 = 10 **cm**

La largeur réelle de ce même jardin mesure 12,5 **m** ou encore 1 250 **cm**

La largeur de ce jardin sur un plan à l'échelle $\frac{1}{150}$ 1 250 **cm :** 150 = 8,3333… **cm**

≈ 8,3 **cm**

6) ***Calcule*** les dimensions sur le plan.

Échelle	***Terrains***	***Mesures sur le plan***
$\frac{1}{2\,000}$	Terrain de football de 120 **m** sur 90 **m**	• La longueur du terrain sera alors de 12 000 **cm :** 2 000 = 6 **cm** • La largeur du terrain sera alors de 9 000 **cm :** 2 000 = 4,5 **cm**
$\frac{1}{300}$	Emplacement de 12,6 **m** sur 8,1 **m**	• La longueur de l'emplacement sera alors de 1 260 **cm :** 300 = 4,2 **cm** • La largeur de l'emplacement sera alors de 810 **cm :** 300 = 2,7 **cm**

7) ***Recherche***, dans chaque cas, l'échelle utilisée pour représenter la longueur indiquée.

a)	60 m	Échelle = $\frac{6\ cm}{60\ m} = \frac{6\ cm}{6\,000\ cm} = \frac{6}{6\,000} = \frac{1}{1\,000}$
b)	12 km	Échelle = $\frac{6\ cm}{12\ km} = \frac{6\ cm}{1\,200\,000\ cm} == \frac{1}{200\,000}$
c)	15 mm	Échelle = $\frac{6\ cm}{15\ mm} = \frac{6\ cm}{1{,}5\ cm} = \frac{6}{1{,}5} = 4$
d)	2 mm	Échelle = $\frac{6\ cm}{2\ mm} = \frac{6\ cm}{0{,}2\ cm} = \frac{6}{0{,}2} = 30$
e)	240 km	Échelle = $\frac{6\ cm}{240\ km} = \frac{6}{24\,000\,000} = \frac{1}{4\,000\,000}$

8) Un rectangle mesure 2,4 **cm** sur 1,2 **cm** et il représente un garage de 6 **m** sur 3 **m**.
Quelle est l'échelle du dessin ?

La longueur réelle du garage mesure 6 **m** ou 600 **cm**.
Sa longueur sur le plan est de 2,4 **cm**.

$$\text{Échelle} = \frac{\textit{Dimension sur le plan (cm)}}{\textit{Dimension réelle (cm)}} = \frac{2{,}4\ cm}{600\ cm} = \frac{2{,}4}{600} = \frac{1}{250}$$

<u>Vérification</u> : 1,2 **cm .** 250 = 300 **cm** = 3 **m**
La mesure de la largeur du garage est de 1,2 **cm** et sa largeur réelle est bien de 3 **m**.

9) Sur une carte routière, la distance Liège - Namur est de 25 **cm**. Dans la réalité elle est de 50 **km**. Calcule l'échelle de cette carte.

La distance entre Liège et Namur est de 25 **cm** sur la carte.
Dans la réalité, elle est de 50 **km** ou encore de 5 000 000 **cm**.

$$\text{Échelle} = \frac{\textit{Dimension sur le plan (cm)}}{\textit{Dimension réelle (cm)}} = \frac{25\ cm}{5\ 000\ 000\ cm} = \frac{25}{5\ 000\ 000} = \frac{1}{200\ 000}$$

L'échelle de cette carte est de $\frac{1}{200\ 000}$.

10) Frédéric a fait une randonnée de 30 **km** dans le Jura. Le soir, il retrace sur une carte au $\frac{1}{500\ 000}$ le trajet qu'il a parcouru dans la journée. Que représente cette distance sur le plan ?

La randonnée effectuée par Frédéric est d'une longueur de 30 **km**.
Cette distance correspond aussi à 3 000 000 **cm**.

Sur ce plan, cette distance sera représentée par 3 000 000 **cm :** 500 000 = 6 **cm**

Cette distance sur le plan est de 6 cm.

11) La maison de monsieur et madame Dupont est représentée sur le plan par un rectangle de 48 **cm** sur 38 **cm** Ses dimensions réelles sont 12 **m** de long et 8,50 **m** de large. Quelle échelle a-t-on utilisé pour la représenter sur le plan ? La représentation sur le plan est-elle correcte ?

La longueur réelle de la maison est de 12 **m** ou encore 1 200 **cm**.
La longueur de la maison sur le plan est de 48 **cm**.

$$\text{Échelle} = \frac{\textit{Dimension sur le plan (cm)}}{\textit{Dimension réelle (cm)}} = \frac{48\ cm}{1\ 200\ cm} = \frac{48}{1\ 200} = \frac{1}{25}$$

La largeur réelle de la maison est de 8,50 **m** et de 38 **cm** sur le plan.

Avec l'échelle qui vient d'être trouvée, la largeur réelle doit être de 38 **cm .** 25 = 950 **cm**

Le plan réalisé n'est pas correct car on ne retrouve pas les 8,50 **m** de large mais 9,50 **m** de large.

12) Complète ce tableau en exprimant toutes les dimensions à l'échelle $\frac{1}{200\ 000}$.

1 **cm** sur le plan représente 200 000 **cm** dans la réalité

200 000 **cm** dans la réalité représentent 1 **cm** sur le plan.

Dinant	91 **km** = 9 100 000 **cm**
Mons	55 **km** = 5 500 000 **cm**
Liège	96 **km** = 9 600 000 **cm**
Ostende	125 **km** = 12 500 000 **cm**

Distance réelle de BRUXELLES à …	Distance sur le plan en **cm**
Dinant 91 **km**	9 100 000 **cm :** 200 000 = 45,5 **cm**
Mons 55 **km**	5 500 000 **cm :** 200 000 = 27,5 **cm**
Liège 96 **km**	9 600 000 **cm :** 200 000 = 48 **cm**
Ostende 125 **km**	12 500 000 **cm :** 200 000 = 62,5 **cm**

13) ***Calcule*** les dimensions sur le plan.

a) Un potager de 15 **m** sur 7,2 **m** à l'échelle $\frac{1}{300}$.

La longueur réelle du potager est de 15 **m** ou encore de 1 500 **cm**.

Sa longueur sur le plan sera de $\frac{1\,500\ cm}{300}$ = 5 **cm**.

La largeur réelle du potager est de 7,2 **m** ou encore de 720 **cm**.

Sa largeur sur le plan sera de $\frac{720\ cm}{300}$ = 2,4 cm

Les dimensions du potager sur le plan sont de 5 cm de long sur 2,4 cm de large.

b) Une pelouse de 20 **m** sur 15 **m** à l'échelle $\frac{1}{200}$.

La longueur réelle de la pelouse est de 20 **m** ou encore de 2 000 **cm**.

Sa longueur sur le plan mesure $\frac{2\ 000\ cm}{200}$ = 10 **cm**.

La largeur réelle de la pelouse est de 15 **m** ou encore de 1 500 **cm**.

Sa largeur sur le plan mesure $\frac{1\,500\ cm}{200}$ = 7,5 **cm**

c) Une pièce de 7,5 **m** sur 6 **m** à l'échelle $\frac{1}{150}$.

La longueur réelle de cette pièce est de 7,5 m ou encore de 750 **cm**.

Sa longueur sur le plan sera alors de $\frac{750\ cm}{150}$ = 5 **cm**

La largeur réelle de la pièce est de 6 m ou encore de 600 **cm**.

Sa largeur sur le plan sera alors de $\frac{600\ cm}{150}$ = 4 **cm**

2. Règle de trois

1) Un ouvrier reçoit 250 **€** pour cinq **jours** de travail. Calcule son salaire pour 12 **jours**.

5 jours ➔ 250 €
1 jour ➔ 250 € **:** 5 = 50 €
12 jours ➔ 50 € **.** 12 = 600 €

Son salaire sera de 600 € pour 12 jours de travail.

En 5 jours de travail, un ouvrier reçoit 250 €.
En 1 jour de travail, cet ouvrier recevra 250 € **:** 5 = 50 €
En 12 jours de travail, il recevra donc 50 € **.** 12 = 600 €.

2) L'entreprise qui a construit notre maison a mis 4 **ouvriers** à notre disposition. Ils ont mis 27 **jours** pour terminer les travaux. Combien auraient-ils mis de jours s'ils n'avaient été que 3 ?

4 ouvriers ➔ 27 jours
1 ouvrier ➔ 27 jours **.** 4 = 108 jours
3 ouvriers ➔ 108 jours **:** 3 = 36 jours

Avec 3 ouvriers, il aurait fallu 36 jours pour effectuer ce travail.

Avec 4 ouvriers, un travail se réalise en 27 jours.
Avec un seul ouvrier, ce même travail se réaliserait en 27 jours . 4 = 108 jours.
Avec 3 ouvriers, ce travail pourra se réaliser en 108 jours **:** 3 = 36 jours.

3) Il a fallu 10 **jours** à 15 laveurs de vitre pour nettoyer les fenêtres d'un building. Si le travail peut se faire en 15 **jours**, combien d'hommes seront alors nécessaires ?

10 **jours** ➔ 15 laveurs
1 **jour** ➔ 15 laveurs **.** 10 = 150 laveurs
15 **jours** ➔ 150 laveurs **:** 15 = 10 laveurs

Pour effectuer le travail en 15 jours, il faudra 10 laveurs de vitre.

Il faut 10 ***jours*** à 15 laveurs de vitre pour nettoyer les fenêtres d'un building.
Pour le réaliser en un seul ***jour***, il faudrait 15 laveurs de vitre **.** 10 = 150 laveurs de vitre.
Pour le réaliser en 15 ***jours***, il faudrait alors 150 laveurs de vitre **:** 15 = 10 laveurs de vitre.

4) Le son parcourt 340 **m/s**. Si tu comptes 16 **s** entre la lueur de l'éclair et le roulement du tonnerre, à quelle distance te trouves-tu de l'orage ? Exprime cette distance en **km**.

1 **s** ➔ 340 **m**
16 **s** ➔ 340 **m .** 16 = 5 440 **m** = 5,44 **km**

Je me trouve à 5,44 km de l'orage.

En une seconde (1 **s**) le son parcourt une distance de 340 **m**.
En 16 **s**, le son aura parcouru une distance de 340 **m .** 16 = 5 440 **m** ou 5,44 **km**.

5) Pour rejoindre mon lieu de vacances, j'ai roulé à la vitesse moyenne de 110 **km/h** durant 7 **h**. Quelle distance sépare mon domicile de mon lieu de vacances ?

1 **h** ➔ 110 **km**
7 **h** ➔ 110 **km .** 7 = 770 **km**

Mon domicile et mon lieu de vacances sont distants de 770 km.

En une heure (1 **h**), j'ai parcouru une distance de 110 **km**.
En 7 **h**, j'aurai parcouru une distance de 110 **km .** 7 = 770 **km**.

6) Je cours à la vitesse de 12 **km/h**. Quelle distance vais-je parcourir en 3 **h** 30 **min** ?

Une durée de 3 **h** 30 **min** peut s'écrire 3,5 **h**

1 **h** ➔ 12 **km**
3,5 **h** ➔ 12 **km .** 3,5 = 42 **km**

Je vais parcourir 42 km en 3h 30 min.

En une heure (1 **h**), j'ai parcouru une distance de 12 **km**.
En 3,5 **h**, j'ai parcouru une distance de 12 **km .** 3,5 = 42 **km**.

7) Un TGV parcourt 76 **km** en 15 **min**. Calcule sa vitesse moyenne exprimée en **km/h** et en **m/s** au centième par défaut.

Une durée d'une heure correspond à une durée de 60 min.

15 **min** ➔ 76 **km**
60 **min** ➔ 76 **km .** 4 = 304 **km/h**

Une vitesse de 304 **km/h** peut s'écrire 304 000 **m/h** ou encore $\frac{304\,000\ m}{1\ h}$

Cette vitesse est aussi $\frac{304\,000\ m}{3\,600\ s} \approx$ 84,444… **m/s** $\approx$ 84,44 **m/s**

Sa vitesse moyenne est de 304 km/h ou 84,44 m/s.

En 15 **min**, le TGV a parcouru une distance moyenne de 76 **km**.
En une heure (1 **h** = 60 **min**), le TGV a parcouru une distance de 76 **km .** 4 = 304 **km**.

Le TGV a donc une vitesse moyenne de 304 **km/h**.

Cette vitesse moyenne est aussi de $\frac{304\,000\ m}{1\ h} = \frac{304\,000\ m}{3\,600\ s} \approx$ 84,444… **m/s**

$\approx$ 84,44 **m/s**

8) Pour peindre mon hall de 60 **m²**, j'ai eu besoin de 5 **l** de peinture. Combien aurai-je besoin de litres de peinture pour ma chambre de 85 **m²** ? Arrondis tes réponses au centième près par défaut.

60 **m²** ➔ 5 **l**
1 **m²** ➔ 5 **l :** 60 = 0,0833… **l** $\approx$ 0,08 **l**
85 **m²** ➔ (5 **l :** 60) **.** 85 = 7,0833… **l** $\approx$ 7,08 **l**

Il me faudra 7,08 litres de peinture pour peindre ma chambre.

Pour peindre les 60 $\mathbf{m^2}$ de mon hall, j'ai besoin de 5 **l** de peinture.
Pour peindre 1 $\mathbf{m^2}$, j'ai besoin de 5 **l :** 60 = 0,0833… **l** ≈ 0,08 **l**
Pour peindre 85 $\mathbf{m^2}$, j'ai besoin de (5 **l :** 60) **.** 85 = 7,0833… **l** ≈ 7,08 **l**

9) Si j'ai eu besoin 270 dalles pour carreler mon entrée, combien aurai-je besoin de dalles pour carreler ma cuisine qui est 4 fois plus grande que mon entrée ?

Entrée ➔ 270 dalles
Cuisine ➔ 270 dalles **.** 4 = 1 080 dalles

Il me faudra 1 080 dalles pour carreler ma cuisine.

Pour carreler mon entrée, j'ai besoin de 270 dalles.
Ma cuisine est quatre fois plus grande que mon entrée.
Pour carreler ma cuisine, j'ai besoin de 270 dalles **.** 4 = 1 080 dalles.

10) Cet automobiliste a payé 2 520 **€** pour 21 **jours** de location d'une voiture. Combien aurait-il payé pour 9 **jours** ?

21 **jours** ➔ 2 520 **€**
1 **jour** ➔ 2 520 **€ :** 21 = 120 **€**
9 **jours** ➔ 120 **€ .** 9 = 1 080 **€**

Il aurait payé 1 080 € pour 9 jours de location.

Pour 21 **jours** de location d'une voiture, j'ai payé 2 520 €.
Pour 1 **jour** de location de cette même voiture, je paierais 2 520 € **:** 21 = 120 €
Pour 9 **jours** de location de cette même voiture, je paierais 120 € **.** 9 = 1 080 €

3. Les achats à crédit

1) J'achète une nouvelle télévision. Celle-ci coûte 998 **€**. J'ai le choix de la payer comptant ou de prendre un crédit à 0 **%** (Acompte de 50 **€** puis 24 versements mensuels de 39,50 **€**). Le crédit à 0 **%** annoncé est-il correct ? Justifie.

- La nouvelle télévision me coûte au comptant la somme de 998 €.
- Si je prends le crédit 0% annoncé, je devrai payer en tout la somme de :

$$24 \cdot 39{,}50\ € + 50\ € = 948\ € + 50\ € = 998\ €$$

Le crédit annoncé à 0% est bien correct car le montant au comptant est équivalent au montant à crédit.

2) Monsieur Beauregard achète un ordinateur de 1 200 **€** à crédit. Il doit payer 7 **%** d'intérêts. À combien lui reviendra cet ordinateur ? Combien devra-t-il payer par mois pour rembourser ce crédit en un an ? Aucun acompte n'est demandé.

Le montant des intérêts s'élève à 7% de 1 200 **€** = $\dfrac{1\,200\ € \cdot 7}{100} = 84\ €$

L'ordinateur coûtera alors 1200 € + 84 € = 1 284 €

Le montant de remboursement mensuel est de 1 284 **€ :** 12 = 107 **€**

3) Une voiture est vendue 12 400 **€**. Le vendeur propose un paiement en 54 mensualités de 200 **€** et l'acheteur donne un acompte de 20 **%**. Quel est le prix à crédit de cette voiture ? Quel est le coût du crédit ?

Le montant de l'acompte s'élève à $\dfrac{12\,400\ € \cdot 20}{100} = 2\,480\ €$

Le montant total des mensualités est alors de 54 **.** 200 **€** = 10 800 **€**

Le prix de cette voiture à crédit est de 10 800 **€** + 2 480 **€** = 13 280 **€**

Le coût du crédit est de 13 280 **€ –** 12 400 **€** = 880 **€**

4) Une caméra coûte 1 900 **€** au comptant. À combien s'élèvera chaque mensualité si tu paies en 6 fois cette caméra qui coûte 114 **€** de plus à crédit qu'au comptant ? Arrondis ta réponse au 100 près par excès.

Le montant à payer au comptant pour cette caméra est de 1 900 **€**.

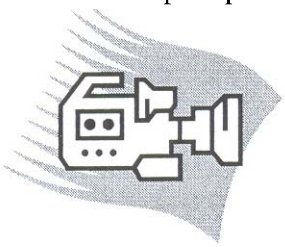
Le montant de cette caméra à crédit s'élève alors à 1 900 **€** + 114 **€** = 2 014 **€**

Le montant de la mensualité est de 2 014 **€ :** 6 = 335,666… **€** ≈ 335, 67 **€**

5) Cet ensemble coûte 900 € ou selon un acompte de 225 € et paiement en 3 mensualités. À combien s'élèvera chaque mensualité si ce crédit est gratuit ?

- ✓ Prix au grand comptant : 900 €
- ✓ Prix à crédit : 900 €
- ✓ Acompte : 225 €
- ✓ Nombre de mensualités : 3
- ✓ Montant d'une mensualité : (900 € – 225 €) : 3 = 225 €

6) Cette caméra coûte 1 900 € ou selon un acompte de 475 € et paiement en 6 mensualités. À combien s'élèvera chaque mensualité si ce crédit coûte 114 € ? Arrondis tes réponses au 100^{e} près par excès.



- ✓ Prix au grand comptant : 1 900 €
- ✓ Prix à crédit : 1 900 € + 114 € = 2 014 €
- ✓ Acompte : 475 €
- ✓ Nombre de mensualités : 6
- ✓ Montant d'une mensualité : 2 014 € : 6 = 335,66… € ≈ 335, 67 €

7) Ce scooter coûte 2 400 € ou 25 % d'acompte et 12 mensualités de 175 €. Combien paiera-t-on ce scooter en l'achetant à tempérament et combien paiera-t-on en plus qu'en payant au grand comptant ?

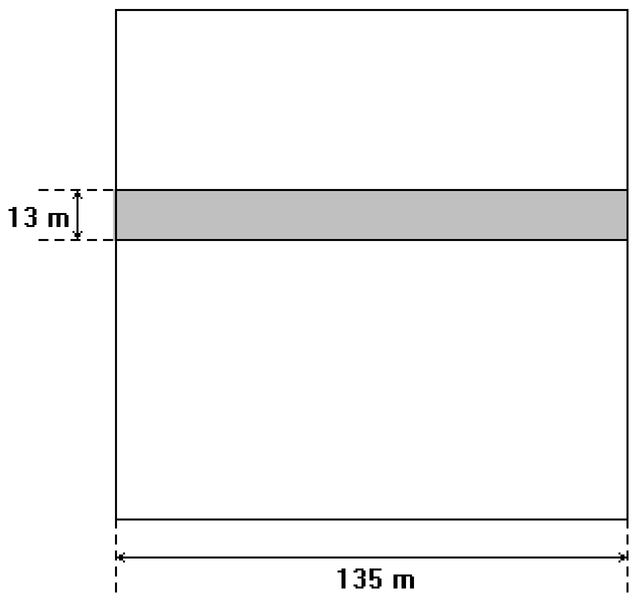
- ✓ Acompte : 25 % de 2 400 € = 2 400 € : 4 = 600 €
- ✓ Montant total des mensualités : 12 . 175 € = 2 100 €
- ✓ Prix à crédit : 600 € + 2 100 € = 2 700 €
- ✓ Montant de la différence : 2 700 € – 2 400 € = 300 €

4. Périmètres – Aires – Volumes

1) Complète le tableau suivant :

Forme	*Dimensions*	*Périmètre*	*Aire*
Carré	c = 50 **cm**	P = 4 **.** 50 **cm** P = 200 **cm**	A = 50 **cm .** 50 **cm** A = 2 500 **cm²**
Rectangle	l = 10 **cm**, L = 15 **cm**	P = 2 **.** (10 **cm** + 15 **cm**) P = 2 **.** 25 **cm** = 50 **cm**	A = 10 **cm .** 15 **cm** A = 150 **cm²**
Carré	c = 1 **dm**	P = 4 **.** 1 **dm** P = 4 **dm**	A = 1 **dm .** 1 **dm** A = 1 **dm²**
Rectangle	L = 300 **m**, l = 150 **m**	P = 2 **.** (300 **m** + 150 **m**) P = 900 **m**	A = 300 **m .** 150 **m** A = 45 000 **m²**
Cercle	r = 3 **dm** (π = 3,14)	P = 2 **.** 3,14 **.** 3 **dm** P = 18,84 dm	A = 3,14 **.** (3 dm)² A = 28,26 **dm²**

2) Suite à une expropriation, une route traverse une prairie. Calcule et complète.



a. Quelle est l'aire du champ (en **m²** et en **ha**) ? 135 m **.** 135 m = 18 225 m² ou 1,8225 ha

b. Quelle est l'aire de la route (en **m²)** ?

135 m **.** 13 m = 1 755 m²

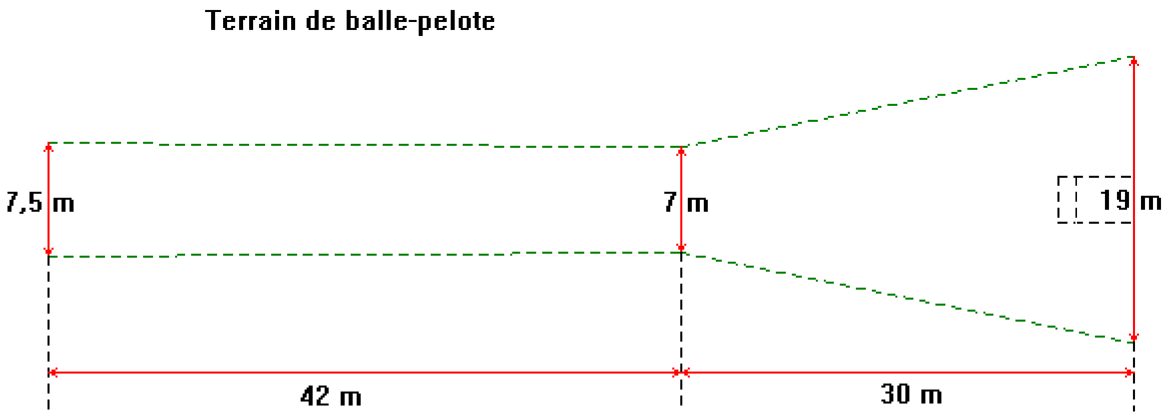
c. Quelle est l'aire de la parte cultivable (en **m²**) ?

18 225 m² – 1 755 m²= 16 470 m²

d. Quel est le prix de la partie expropriée (route) à 6,20 **€ / m²** ?

1 755 **m² .** 6,20 **€/m²** = 10 881 **€**

3) *Calcule* l'aire de ce terrain de balle-pelote composé de deux trapèzes et le prix de la nouvelle couche de tarmac si l'entrepreneur demande 9 **€ / m².**



On va diviser ce terrain en deux parties qui sont toutes deux des trapèzes.

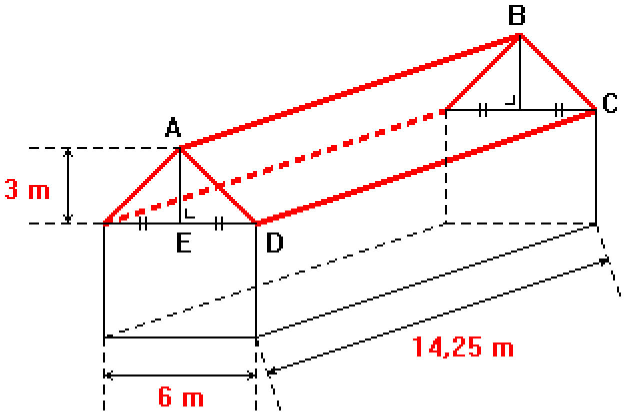
Aire de la partie de gauche : $\dfrac{(7{,}5\ m + 7\ m)\ .\ 42\ m}{2} = 304{,}5\ \mathbf{m^2}$.

Aire de la partie de droite : $\dfrac{(7\ m + 19\ m)\ .\ 30\ m}{2} = 390\ \mathbf{m^2}$.

Aire totale : $304{,}5\ \mathbf{m^2} + 390\ \mathbf{m^2} = 694{,}5\ \mathbf{m^2}$.

Prix de la nouvelle couche de tarmac : $694{,}5\ \mathbf{m^2}\ .\ 9$ €/$\mathbf{m^2} = 6\ 250{,}5\ \mathbf{m^2}$

4) ***Calcule*** la surface totale d'une toiture renouvelée sachant qu'elle est recouverte d'ardoises de type 19/28 (59 **pièces/m²**). ***Calcule*** le nombre d'ardoises à commander en ajoutant 10 % suite aux nombreuses découpes. Arrondis ton résultat à **l'unité** près par excès.



La surface totale de la toiture correspond au double de l'aire du parallélogramme **ABCD**.

Il faut calculer la mesure du côté **[AD]** dans le triangle rectangle **ADE**.

$|AD|^2 = |AE|^2 + |ED|^2$

$|AD|^2 = 3^2 + 3^2$

$|AD|^2 = 9 + 9$

$|AD|^2 = 18 \rightarrow |AD| = \sqrt{18}$

$|AD| \approx 4{,}242640687\ \mathbf{m} \approx 4{,}243\ \mathbf{m}$

L'aire totale de cette toiture vaut donc $2\ .\ 14{,}25\ \mathbf{m}\ .\ 4{,}243\ \mathbf{m} = 120{,}9255\ \mathbf{m^2}$

Nombre d'ardoises : $120{,}9255\ m^2\ .\ 59$ ardoises/$m^2 = 7\ 134{,}6045$

Les 10 % de ce nombre donne : $\dfrac{7\ 134{,}6045\ \textit{ardoises}\ .\ 10}{100} = 713{,}46045$ ardoises

Il faudra commander 7 134,6045 ardoises + 713,46045 ardoises = 7 848,06495 ardoises soit 7 849 ardoises.

5) Un jardin carré a un périmètre de 40 **m**. Quelle est son aire ? Exprime-la en **cm²**.

Le périmètre du jardin est de 40 m et le jardin est de forme carrée.

La mesure du côté du jardin carré vaut 40 **m :** 4 = 10 **m**
L'aire du jardin carré est de 10 **m .** 10 **m** = 100 **m²**
Elle est aussi de 1 000 000 **cm²**.

6) Les dimensions d'une boîte d'allumettes sont 8 **cm**, 5,5 **cm** et 3 **cm**. Quelle est l'aire totale des faces à gratter ? Exprime-la en **cm²**.

La boîte d'allumettes dispose de deux faces à gratter. Ce sont les faces qui ont pour dimensions 8 **cm** sur 3 **cm**.

L'aire totale des faces à gratter est de 2 **.** 8 **cm .** 3 **cm** = 48 **cm²**

7) Une table ronde de 150 **cm** de diamètre est recouverte d'un tapis dont le bord retombe de 15 **cm** tout autour (π = 3,14). Quelle est l'aire de ce tapis exprimée en **m²** par excès ?

Le diamètre de la table ronde est de 150 **cm**.
Le diamètre du tapis mesure alors 150 **cm** + 2 **.** 15 **cm** = 180 **cm**
Le rayon de ce même tapis mesure 180 **cm :** 2 = 90 **cm**.
L'aire de ce tapis est de 3,14 . (90 **cm**)² = 25 434 **cm²** = 2,5434 **m²**
3 **m²** est l'aire de ce tapis au **m²** par excès.

8) Deux champs ont la même aire. L'un est un rectangle de 48 **m** sur 30 **m**. L'autre est un triangle dont la base mesure 45 **m**. Quelle est la mesure de la hauteur de ce triangle au **cm** près par défaut ?

L'aire du champ rectangulaire est de 48 **m .** 30 **m** = 1 440 **m²**
L'aire du champ triangulaire est aussi de 1 440 **m²**.

L'aire d'un triangle s'obtient par la formule ➔ **A** = $\frac{B\ .\ h}{2}$

La formule qui permet de rechercher la hauteur de ce champ est : **h** = $\frac{A\ .\ 2}{B}$

La mesure de la hauteur du champ triangulaire est de $\frac{1\,440\ m^2\ .\ 2}{45\ m}$ = 64 **m**

La hauteur du champ triangulaire mesure donc 6 400 **cm**.

9) Quel est le volume d'une boîte cubique dont l'arête mesure 10 **cm** ? 7 **cm** ? 2,5 **cm** ? Exprime-le en **dm³**.

L'arête du cube mesure 10 **cm**.
Son volume sera de (10 **cm**)³ = 1 000 **cm³** ou encore 1 **dm³**

L'arête du cube mesure 7 **cm**.
Son volume sera de (7 **cm**)³ = 343 **cm³** = 0,343 **dm³**

L'arête du cube mesure 2,5 **cm**.
Son volume sera de (2,5 **cm**)³ = 15,625 **cm³** = 0,015625 **dm³**

10) On remplit d'eau salée le cinquième d'un saloir cubique de 0,60 **m** d'arête. Combien de **litres** d'eau salée a-t-on mis dans le saloir ?

1 **litre** = 1 **dm³**

L'arête du saloir cubique mesure 0,60 **m** ou encore 6 **dm**

Le volume du saloir mesure 6 **dm .** 6 **dm** . 6 **dm** = 216 **dm³** = 216 **l**

Le saloir est rempli à $\frac{1}{5}$.

Il faudra alors $\frac{216\,l\ .\ 1}{5}$ = 216 **l :** 5 = 43,2 **l**

Il y a 43,2 litres d'eau salée dans le saloir.

11) Quelle est la contenance d'un aquarium de 60 **cm** de long, 30 **cm** de large et 25 **cm** de haut ? Exprime-la en **cl**.

1 **litre** = 1 **dm³**

Le volume de l'aquarium mesure : 60 **cm** . 30 **cm** . 25 **cm** = 45 000 **cm^3** = 45 **dm^3** = 45 **l**

La contenance de cet aquarium est de 4 500 **cl**

12) Dans la plaine de jeux communale, les ouvriers ont creusé un trou de **3 m** de long sur 2 **m** de large et 50 **cm** de profondeur, destiné à un nouveau bac à sable. Quelle quantité de sable faut-il déverser si l'on veut que le sable arrive à 20 **cm** du sol ? Exprime cette quantité en **cm^3**.

La hauteur du sable dans le bac sera de 50 **cm** – 20 **cm** = 30 **cm**
La longueur du bac à sable mesure 3 **m** ou 300 **cm**
La largeur du bac à sable mesure 2 **m** ou 200 **cm**

Le volume du sable à déverser dans ce bac est de 30 **cm .** 300 **cm .** 200 **cm**

= 1 800 000 **cm³**

13) Une boîte cylindrique (π = 3,14) de sirop mesure 20 **cm** de haut et a un diamètre de **14 cm**. Quelle est le volume de cette boîte ? Exprime-la en **dm^3**.

La boîte de sirop possède une hauteur de 20 **cm** ou 2 **dm**.
Le diamètre de cette boîte mesure 14 **cm**.
Son rayon mesure donc 14 **cm :** 2 = 7 **cm** ou encore 0,7 **dm**.

Le volume de cette boîte mesure 3,14 . (0,7 **dm**)^2 **.** 2 **dm** = 3,0772 **dm^3**

La boîte a un volume de 3,0772 **dm³**

14) Une borne kilométrique est formée d'un demi-cylindre (π = 3,14) et d'un pavé cubique de 48 **cm** d'épaisseur. Calcule le volume de cette borne et exprime-la en $\mathbf{cm^3}$ par excès.

Le pavé cubique possède une arête de 48 **cm**.
Le diamètre de ce demi-cylindre mesure 48 **cm**.
Le rayon de ce demi-cylindre mesure 48 **cm :** 2 = 24 **cm**

Le volume du pavé cubique mesure $(48\ \mathbf{cm})^3$ = 110 592 $\mathbf{cm^3}$

Le demi-cylindre possède un volume de $\dfrac{3{,}14\ .\ (24\ cm)^2\ .\ 48\ cm}{2}$ = 43 497,36 $\mathbf{cm^3}$

La borne kilométrique a un volume de 110 592 $\mathbf{cm^3}$+ 43 497,36 $\mathbf{cm^3}$
= 153 999,35 $\mathbf{cm^3}$

Cette borne possède donc un volume de 154 000 $\mathbf{cm^3}$ par excès.