Equations avec fractions

Equations élémentaires

Certaines équations avec fractions ne posent pas de problème car il s'agit d'équations "élémentaires" pour lesquelles il suffit d'utiliser une des techniques de base.

Exemples

$$x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$-\frac{1}{2}$ $\qquad$ $-\frac{1}{2}$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{5}{7}$$

$. 2$ $\qquad$ $. 2$

$$x = \frac{10}{7}$$

$$\frac{4x}{3} = \frac{5}{7}$$

$. 3$ $\qquad$ $. 3$

$$4x = \frac{15}{7}$$

$: 4$ $\qquad$ $: 4$

$$x = \frac{15}{28}$$

Résous les équations suivantes en utilisant un des principes de base.
Attention, si certains calculs sont difficiles à effectuer mentalement, tu peux écrire le détail de ton raisonnement.

$\frac{3}{4} + x = 5$

$\mathbf{x = 5 - \frac{3}{4}}$

$\mathbf{x = \frac{20 - 3}{4}}$

$\mathbf{x = \frac{17}{4}}$

$\frac{3x}{4} = 5$

$\mathbf{x = 5 \cdot \frac{4}{3}}$

$\mathbf{x = \frac{20}{3}}$

$\frac{x}{3} = \frac{3}{5}$

$\mathbf{x = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{1}}$

$\mathbf{x = \frac{9}{5}}$

$\frac{3}{5} - x = 5$

$\mathbf{-x = 5 - \frac{3}{5}}$

$\mathbf{-x = \frac{22}{5}}$

$\mathbf{x = -\frac{22}{5}}$

$\frac{5}{3} = x - \frac{1}{4}$

$\mathbf{\frac{5}{3} + \frac{1}{4} = x}$

$\mathbf{\frac{20 + 3}{12} = x}$

$\mathbf{\frac{23}{12} = x}$

$\frac{5}{3} = \frac{-x}{4}$

$\mathbf{\frac{5}{3} \cdot (-4) = x}$

$\mathbf{\frac{-20}{3} = x}$

$5 = \frac{-4x}{3}$

$\mathbf{5 \cdot \frac{-3}{4} = x}$

$\mathbf{\frac{-15}{4} = x}$

$\frac{-4}{3} = \frac{1}{3} - x$

$\mathbf{-\frac{4}{3} - \frac{1}{3} = -x}$

$\mathbf{-\frac{5}{3} = -x}$

$\mathbf{\frac{5}{3} = x}$

Equations "simples"

Certaines équations avec fractions font intervenir plusieurs neutralisations. Elles sont moins évidentes que les précédentes mais avec un peu d'attention, on peut éviter facilement les erreurs.

Exemples

$$\frac{x}{3} - \frac{1}{2} = 3$$

$+ \frac{1}{2}$ $\qquad$ $+ \frac{1}{2}$

$$\frac{x}{3} = \frac{7}{2}$$

$. 3$ $\qquad$ $. 3$

$$x = \frac{21}{2}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3x}{5} - \frac{1}{3}$$

$- \frac{3x}{5} + \frac{1}{5}$ $\qquad$ $- \frac{3x}{5} + \frac{1}{5}$

$$\frac{x}{2} - \frac{3x}{5} = - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{-x}{10} = \frac{-2}{15}$$

$. (-10)$ $\qquad$ $. (-10)$

$$x = \frac{4}{3}$$

Résous les équations suivantes en utilisant un des principes de base.
Attention, si certains calculs sont difficiles à effectuer mentalement, tu peux écrire le détail de ton raisonnement.

$$\frac{x}{5} + \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\mathbf{\frac{x}{5} = \frac{3}{2} - \frac{1}{3}}$$

$$\mathbf{\frac{x}{5} = \frac{9 - 2}{6}}$$

$$\mathbf{\frac{x}{5} = \frac{7}{6}}$$

$$\mathbf{x = \frac{7}{6} . 5}$$

$$\mathbf{x = \frac{35}{6}}$$

$$\frac{2x}{3} + \frac{1}{5} = \frac{3}{4} - \frac{x}{2}$$

$$\mathbf{\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{5}}$$

$$\mathbf{\frac{4x + 3x}{6} = \frac{15 - 4}{20}}$$

$$\mathbf{\frac{7x}{6} = \frac{11}{20}}$$

$$\mathbf{x = \frac{11}{20} . \frac{6}{7}}$$

$$\mathbf{x = \frac{33}{70}}$$

$$\frac{-x}{7} + 2 = x + \frac{1}{5}$$

$$\mathbf{\frac{-x}{7} - x = \frac{1}{5} - 2}$$

$$\mathbf{\frac{-x - 7x}{7} = \frac{1 - 10}{5}}$$

$$\mathbf{\frac{-8x}{7} = \frac{-9}{5}}$$

$$\mathbf{x = \frac{-9}{5} . \frac{-7}{8}}$$

$$\mathbf{x = \frac{63}{40}}$$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Equations complexes

Pour résoudre une équation complexe avec fractions, tu peux utiliser plusieurs techniques (voir la théorie p. 215 d'Actimath 3).

Ci-dessous, tu trouveras des exemples qui utilisent la même méthode.
Il suffit : de réduire les deux membres au même dénominateur,
de multiplier les deux membres par ce même dénominateur et
de résoudre l'équation sans dénominateur ainsi obtenue.

$$\frac{x-2}{3} - \frac{2x+1}{4} = \frac{1-x}{2}$$
$$12 \cdot \frac{4.(x-2) - 3 \cdot (2x+1)}{12} = \frac{6 \cdot (1-x)}{12} \cdot 12$$
$$4x - 8 - 6x - 3 = 6 - 6x$$
$$-2x - 11 = 6 - 6x$$
$$-2x + 6x = 6 + 11$$
$$4x = 17$$
$$x = \frac{17}{4}$$

$$x - \frac{x-5}{4} = \frac{2x-3}{2}$$
$$4 \cdot \frac{4x - 1 \cdot (x-5)}{4} = \frac{2 \cdot (2x-3)}{4} \cdot 4$$
$$4x - x + 5 = 4x - 6$$
$$3x + 5 = 4x - 6$$
$$3x - 4x = -6 - 5$$
$$-x = -11$$
$$x = 11$$

Attention, il faut être prudent lors des distributivités pour éviter les fautes de signes.

$$\frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} = \frac{1}{3}$$
$$\mathbf{6 \cdot \frac{2x - 3.(x-1)}{6} = \frac{1 \cdot 2}{6} \cdot 6}$$
$$\mathbf{2x - 3x + 3 = 2}$$
$$\mathbf{-x = 2 - 3}$$
$$\mathbf{-x = -1}$$
$$\mathbf{x = 1}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{3-2x}{4} = x - \frac{3-x}{3}$$
$$\mathbf{12 \cdot \frac{6x+3.(3-2x)}{12} = \frac{12x - 4.(3-x)}{12} \cdot 12}$$
$$\mathbf{6x + 9 - 6x = 12x - 12 + 4x}$$
$$\mathbf{9 = 16x - 12}$$
$$\mathbf{9 + 12 = 16x}$$
$$\mathbf{21 = 16x}$$
$$\mathbf{\frac{21}{16} = x}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3x+5}{6} = \frac{x}{3}$$
$$\mathbf{6 \cdot \frac{3 - 1.(3x+5)}{6} = \frac{2 \cdot x}{6} \cdot 6}$$
$$\mathbf{3 - 3x - 5 = 2x}$$
$$\mathbf{3 - 5 = 2x + 3x}$$
$$\mathbf{-2 = 5x}$$
$$\mathbf{\frac{-2}{5} = x}$$

Actimath 3 - Chapitre 2 – Activité 4 p. 19
Actimath 3- Chapitre 2 - Exercices : 2 et 3 p. 23 – 6 et 8 p. 24