CHAPITRE 6

Équations du premier degré à une inconnue

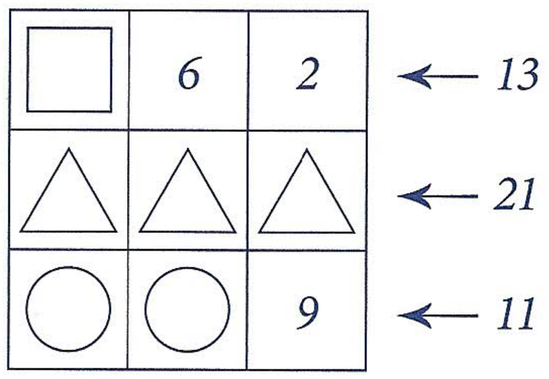
Au terme de ce chapitre, l'élève sera capable...

- ❑ de définir les expressions suivantes : équations, résoudre une équation, vérifier la solution d'une équation et équations équivalentes.
- ❑ d'énoncer les principes d'équivalence entre équations.
- ❑ .....
- ❑ .....
- ❑ d'utiliser à bon escient les mots suivants : équation, résoudre, égalité, solution et vérifier.
- ❑ de justifier chaque étape de résolution d'une équation en énonçant le principe d'équivalence utilisé.
- ❑ de vérifier si un nombre est solution d'une équation.
- ❑ de résoudre des équations du type $a + x = b$.
- ❑ de résoudre des équations du type $a \,.\, x = b$ ou $\frac{x}{a} = b$.
- ❑ de résoudre des équations du type $ax + b = c$.
- ❑ de résoudre des équations du type $ax + b = cx + d$.
- ❑ de résoudre des équations plus complexes faisant intervenir différentes techniques du calcul algébrique.
- ❑ de résoudre un problème se ramenant à une équation du 1er degré à une inconnue.
- ❑ de décomposer des expressions algébriques sous forme de chaînes.
- ❑ de résoudre des équations simples en utilisant le principe des chaînes.
- ❑ d'isoler une variable dans une formule en utilisant les principes d'équivalence.
- ❑ d'isoler une variable dans une formule en utilisant le principe des chaînes.
- ❑ .....
- ❑ .....

Activité 1 - Équations du type $x + a = b$

Certaines cases de ce carré contiennent un nombre caché par une figure géométrique. Tu sais que des figures identiques cachent le même nombre et tu connais la somme des nombres de chaque ligne.

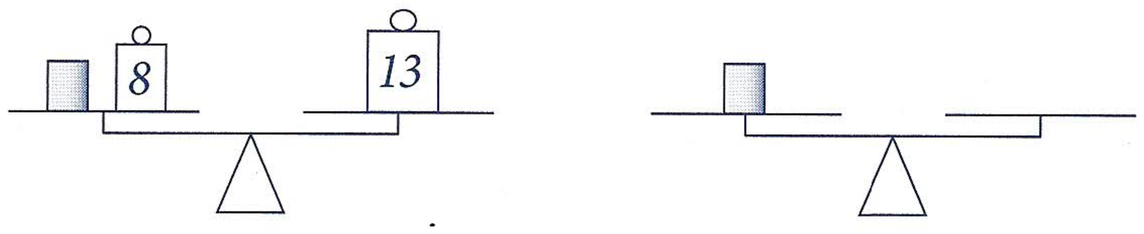
Au cours des trois premières activités de ce chapitre, nous allons t'aider à découvrir les nombres cachés par ces figures.



Observe la première ligne du carré. Si x désigne le nombre caché par le symbole □, écris une égalité traduisant que la somme des nombres de cette ligne vaut *13*. Réduis ensuite les termes semblables.

.....

La première balance équilibrée ci-dessous peut symboliser cette égalité. Complète le plateau de droite de la seconde balance pour conserver l'équilibre.



Quelle manipulation a-t-on effectuée pour conserver l'équilibre de la balance en passant de la première à la seconde ?

.....

En t'inspirant de cette manipulation, complète la résolution de l'équation.

$x + 8 = 13$

$x + 8$ ..... $= 13$ .....

$x =$ .....

Exprime à l'aide d'une phrase l'opération mathématique réalisée à la 2e ligne de la résolution.

.....

Équations du type $x + a = b$

A. Définitions

Une **équation** est une **égalité** qui contient une lettre appelée **inconnue** (celle-ci peut apparaître plusieurs fois).

Résoudre une équation consiste à **déterminer** la valeur de l'inconnue qui vérifie l'égalité ; cette valeur est appelée **solution** de l'équation.

Deux **équations équivalentes** sont deux équations qui admettent les **mêmes solutions**.

Exemple : $x + 2 = 5$ et $5x = 15$ sont deux équations équivalentes car elles admettent toutes deux 3 comme solution.

B. Vérification

Vérifier la solution d'une équation, c'est **remplacer**, dans l'équation, l'inconnue par la valeur trouvée, **calculer** chacun des deux membres et **constater l'égalité**.

Exemple : 3 est solution de l'équation $2x + 1 = x + 4$.

En effet, $2 \cdot 3 + 1 = 3 + 4$

$6 + 1 = 7$

$7 = 7$

C. Addition et équivalence

Si on **ajoute** (retire) un même nombre aux deux membres d'une équation, on obtient une **équation équivalente** à la première.

D. Comment résoudre une équation du type $x + a = b$?

Dans une équation, pour neutraliser un **terme** « gêneur », on **ajoute** son **opposé** aux deux membres.

Exemples :

$x + 8 = 13$

$+(-8)$ ↓ $+(-8)$

$x + 8 - 8 = 13 - 8$

$x = 5$

$12 = x - 5$

$+5$ ↓ $+5$

$12 + 5 = x - 5 + 5$

$17 = x$

Exercices

Résous les équations suivantes.

$x + 3 = 8$ ..... $x - 4 = -3$ ..... $3 + x = -2$ .....

$9 = x - 4$ ..... $0 = x + 4$ ..... $3 + x = 7$ .....

$x - \frac{1}{5} = 3$

$5 + x = \frac{4}{3}$

$x - \frac{3}{7} = \frac{1}{4}$

$\frac{2}{3} = x - \frac{1}{4}$

$4 = \frac{3}{2} + x$

$x - \frac{4}{3} = -\frac{7}{6}$

$4{,}2 + x = 5{,}8$

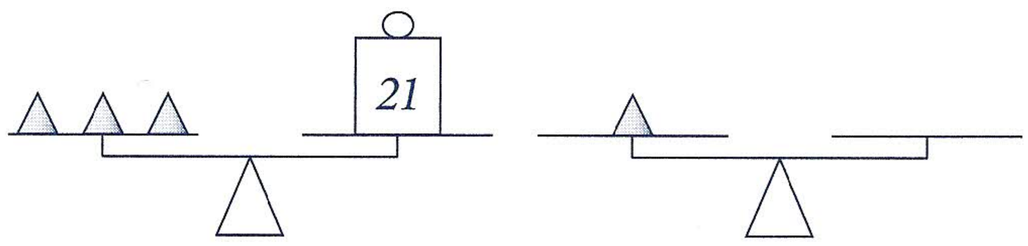
$x + 3{,}4 = 0$

$1{,}8 = x + 5$

Activité 2 - Équations du type $a \cdot x = b$ et $\frac{x}{a} = b$

Observe la deuxième ligne du carré (p. 114). Si x désigne le nombre caché par le symbole △, écris une égalité traduisant que la somme des nombres de cette ligne vaut *21*. Réduis ensuite les termes semblables.

La première balance équilibrée ci-contre peut symboliser cette égalité. Complète le plateau de droite de la seconde balance pour conserver l'équilibre.



Quelle manipulation a-t-on effectuée pour conserver l'équilibre de la balance en passant de la première à la seconde ?

En t'inspirant de cette manipulation, complète la résolution de l'équation.

$3 \cdot x = 21$

..... = ...

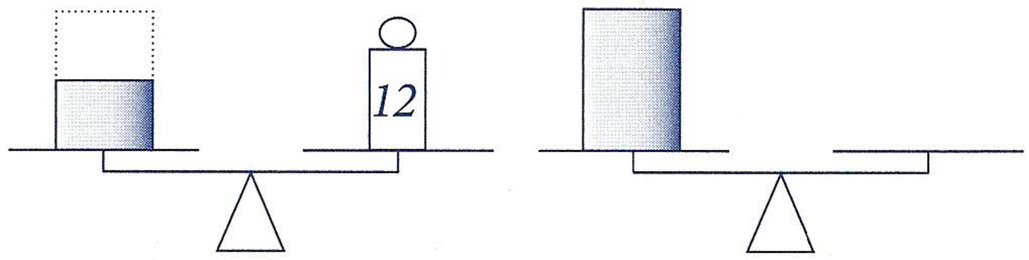
$x =$ .....

Exprime à l'aide d'une phrase l'opération mathématique réalisée à la 2e ligne de la résolution.

.....

Voici une situation similaire.

Les deux balances ci-contre sont en équilibre. Complète le plateau de droite de la seconde balance pour conserver l'équilibre.



Quelle manipulation a-t-on effectuée pour conserver l'équilibre de la balance en passant de la première à la seconde ?

.....

En t'inspirant de cette manipulation, complète la résolution de l'équation.

$$\frac{x}{2} = 12$$

$$\frac{x}{2} \text{ ..... } = 12 \text{ .....}$$

$$x = \text{.....}$$

Exprime à l'aide d'une phrase l'opération mathématique réalisée à la 2e ligne de la résolution.

.....

Équations du type $a \cdot x = b$ et $\frac{x}{a} = b$

A. Multiplication et équivalence

Si on **multiplie** (divise) par un **même nombre** non nul les deux membres d'une équation, on obtient une **équation équivalente** à la première.

B. Comment résoudre une équation du type $a \cdot x = b$?

Dans une équation, pour neutraliser un **facteur** « gêneur » **multiplicateur**, on **divise** les deux membres par celui-ci.

Exemples :

$$\begin{array}{l} 4 \cdot x = 12 \\ :4 \quad \downarrow \quad :4 \\ \frac{4 \cdot x}{4} = \frac{12}{4} \\ x = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -7 \cdot x = 23 \\ :(-7) \quad \downarrow \quad :(-7) \\ \frac{-7 \cdot x}{-7} = \frac{23}{-7} \\ x = \frac{-23}{7} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \cdot x = \frac{7}{6} \\ :3 \quad \downarrow \quad :3 \\ \frac{3 \cdot x}{3} = \frac{\frac{7}{6}}{3} \\ x = \frac{7}{18} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -9 = 2 \cdot x \\ :2 \quad \downarrow \quad :2 \\ \frac{-9}{2} = \frac{2 \cdot x}{2} \\ \frac{-9}{2} = x \end{array}$$

C. Comment résoudre une équation du type $\frac{x}{a} = b$?

Dans une équation, pour neutraliser un **facteur** « gêneur » **diviseur**, on **multiplie** les deux membres par celui-ci.

Exemples :

$$\frac{x}{12} = 10 \quad \left(\cdot 12 \text{ à gauche et à droite}\right)$$

$$12 \cdot \frac{x}{12} = 12 \cdot 10$$

$$x = 120$$

$$\frac{-5}{9} = \frac{x}{6} \quad \left(\cdot 6 \text{ à gauche et à droite}\right)$$

$$\frac{-5}{9} \cdot 6 = \frac{x}{6} \cdot 6$$

$$\frac{-10}{3} = x$$

D. Remarque

Pour résoudre l'équation $\frac{3x}{4} = \frac{5}{7}$, on peut procéder de deux manières différentes.

- On neutralise le facteur diviseur, puis le facteur multiplicateur en utilisant les règles précédentes.
- On transforme l'équation de manière à faire apparaître le coefficient de x, qu'il suffit de neutraliser en divisant les deux membres de l'équation par celui-ci, c'est-à-dire en multipliant les deux membres de l'équation par l'inverse du coefficient de x.

Exemples :

$$\frac{3x}{4} = \frac{5}{7} \quad \left(\cdot 4 \text{ à gauche et à droite}\right)$$

$$3 \cdot x = \frac{20}{7} \quad \left(: 3 \text{ à gauche et à droite}\right)$$

$$x = \frac{20}{21}$$

$$\frac{3x}{4} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{3}{4} \cdot x = \frac{5}{7} \quad \left(: \frac{3}{4} \text{ à gauche et à droite}\right)$$

$$x = \frac{5}{7} : \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{20}{21}$$

Exercices

Résous les équations suivantes.

$3x = -18$

.....

.....

.....

$\frac{x}{4} = 9$

.....

.....

.....

$\frac{x}{3} = -5$

.....

.....

.....

$-4x = -7$

.....

.....

.....

$5x = \frac{4}{3}$

$\frac{x}{5} = 0$

$11 = 6x$

$6 = -2x$

$\frac{1}{5} = 3x$

$3x = \frac{9}{8}$

$-7x = \frac{5}{6}$

$\frac{x}{3} = \frac{-2}{7}$

$8x = 0$

$\frac{x}{3} = \frac{1}{4}$

$0{,}3x = 2{,}7$

$-2{,}4x = 0{,}8$

$\frac{2x}{3} = 8$

$\frac{-3x}{5} = -9$

$-5 = \frac{4}{3}x$

$\frac{3x}{5} = \frac{4}{7}$

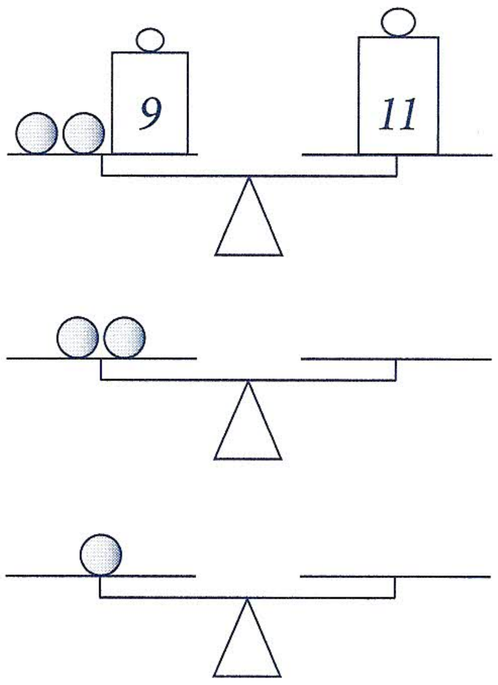
$\frac{4}{9} = \frac{5x}{8}$

$\frac{-5}{9}x = \frac{-15}{3}$

Activité 3 - Équations du type $ax + b = c$

Observe la troisième ligne du carré (p. *114*). Si x désigne le nombre caché par le symbole ◯, écris une égalité traduisant que la somme des nombres de cette ligne vaut *11*. Réduis ensuite les termes semblables.

La première balance équilibrée ci-dessous peut symboliser cette égalité. Complète les deux autres balances équilibrées afin de déterminer le nombre caché par la figure ◯.



En t'inspirant de cette situation, résous ton équation.

Équations du type $ax + b = c$

Comment résoudre une équation du type $ax + b = c$?

Pour résoudre une équation du type $ax + b = c$, on neutralise **d'abord le terme** « gêneur », **puis le facteur** « gêneur ».

Exemples :

$2x + 8 = 18$

-8 ↓ -8

$2x = 18 - 8$

$2x = 10$

$:2$ ↓ $:2$

$x = 10 : 2$

$x = 5$

$-5x + 7 = -9$

-7 ↓ -7

$-5x = -9 - 7$

$-5x = -16$

$:(-5)$ ↓ $:(-5)$

$x = -16 : (-5)$

$x = 3{,}2$

Exercices

Résous les équations suivantes.

$3x + 5 = 14$ $\quad 4x - 16 = 4$ $\quad 2x - 1 = 4$ $\quad -3x + 4 = 8$

$4 - 3x = -6$

$5 + 4x = 0$

$-5x - 4 = 4$

$3x - 4 = -4$

$-5 = -4 + 2x$

$-3x + 2 = -8$

$-9 = 3 - 4x$

$2 = 7x + 6$

$-3 + \frac{x}{3} = -2$

$5 = \frac{x}{3} + 5$

$\frac{x}{4} - 4 = 4$

$\frac{x}{5} - \frac{3}{5} = 0$

$5{,}1x - 0{,}8 = -2{,}1$

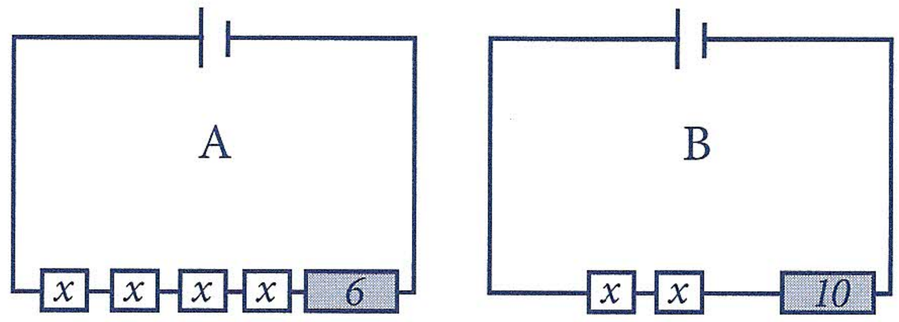
$3{,}5 + 1{,}7x = -0{,}6$

$-4{,}3 = 5{,}4 - 2{,}5x$

Activité 4 - Équations du type $ax + b = cx + d$

Lors d'un laboratoire d'électricité, des élèves ont réalisé deux schémas de circuits électriques dans lesquels des résistances identiques sont représentées par un même symbole.

En utilisant une formule d'électricité appelée loi d'Ohm, ils ont remarqué que, pour chaque circuit, le groupement des résistances donnait une même résistance totale.

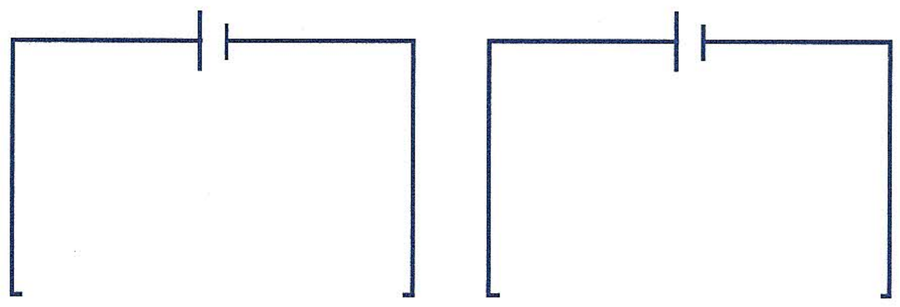


Sachant que la résistance totale d'un groupement de résistances en série est égale à la somme des différentes résistances figurant dans le circuit, écris une équation traduisant l'égalité des résistances totales de chaque circuit.

.....	=	.....
résistance totale du circuit A		résistance totale du circuit B

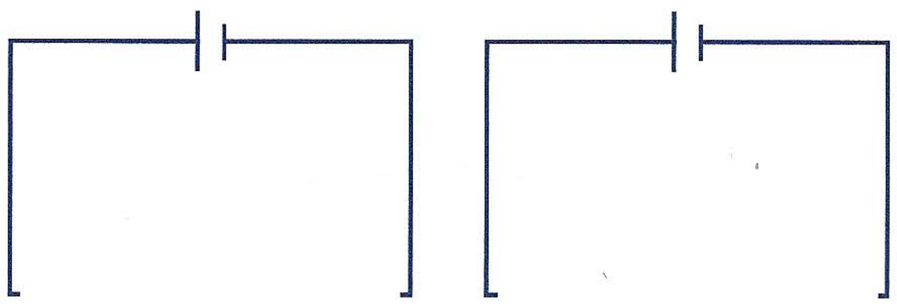
Essaie de trouver la valeur de la résistance x exprimée en ohms.

1. Modifie chaque circuit et enlève à chacun deux résistances x. Complète les schémas et écris une nouvelle équation.



Équation : .....

2. Modifie chaque circuit et enlève à chacun une résistance de 6 ohms. Complète les schémas et écris une nouvelle équation.



Équation : .....

3. Résous cette dernière équation.

.....

.....

4. Déduis-en la valeur de la résistance inconnue.

.....

Équations du type $ax + b = cx + d$

A. Comment résoudre une équation du type $ax + b = cx + d$?

Pour résoudre une équation du type $ax + b = cx + d$, il faut effectuer des **neutralisations successives** afin d'obtenir une équation du type $ax = b$.

Exemple :

Tu neutralises d'abord un des deux termes en « x », généralement le plus petit.

$$\begin{array}{l} 5x + 10 = 3x + 4 \quad (-3x \text{ à gauche, } -3x \text{ à droite}) \\ 5x - 3x + 10 = 4 \end{array}$$

Tu neutralises ensuite le terme indépendant de l'autre membre.

$$\begin{array}{l} 2x + 10 = 4 \quad (-10 \text{ à gauche, } -10 \text{ à droite}) \\ 2x = 4 - 10 \end{array}$$

Tu neutralises enfin le facteur multiplicateur gêneur.

$$\begin{array}{l} 2x = -6 \quad (:2 \text{ à gauche, } :2 \text{ à droite}) \\ x = -3 \end{array}$$

Les deux premières neutralisations peuvent se faire en une seule étape.

Tu neutralises un des deux termes en « x », généralement le plus petit et le terme indépendant de l'autre membre.

$$\begin{array}{l} 5x + 10 = 3x + 4 \quad (-3x \text{ à gauche, } -3x \text{ à droite; } -10 \text{ à gauche, } -10 \text{ à droite}) \\ 5x - 3x = 4 - 10 \end{array}$$

Tu neutralises enfin le facteur multiplicateur gêneur.

$$\begin{array}{l} 2x = -6 \quad (:2 \text{ à gauche, } :2 \text{ à droite}) \\ x = -3 \end{array}$$

B. Comment résoudre des équations plus complexes ?

1. Si au moins un des **membres** de l'équation comprend **plus de deux termes**, il est préférable de le **réduire** avant de résoudre l'équation.

Exemple :

$$5x - 2 + 3x = x + 3x - 5 - 9$$

Tu réduis les termes semblables dans chaque membre.

$$8x - 2 = 4x - 14$$

Tu résous l'équation du type $ax + b = cx + d$ ainsi obtenue.

$$\begin{aligned} 8x - 4x &= -14 + 2 \\ 4x &= -12 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

2. Si l'équation comprend des **parenthèses**, il faut les faire **disparaître**
   - soit en appliquant les règles de **suppression des parenthèses** précédées du signe « + » ou du signe « – » ;
   - soit en appliquant la **distributivité**.

Exemple :

Dans le premier membre, tu appliques la distributivité.
Dans le second membre, tu supprimes les parenthèses.
Tu réduis les termes semblables.
Tu résous l'équation du type $ax + b = cx + d$ ainsi obtenue.

$$\begin{aligned} 5\,.\,(2x-4) &= 6-(x+2) \\ 10x-20 &= 6-(x+2) \\ 10x-20 &= 6-x-2 \\ 10x-20 &= -x+4 \\ 10x+x &= 4+20 \\ 11x &= 24 \\ x &= \frac{24}{11} \end{aligned}$$

3. Si au moins un des deux **membres** est écrit sous forme de **fraction**,
   on **réduit** les deux membres de l'équation au **même dénominateur** ;
   on **multiplie** les deux membres de l'équation **par le dénominateur commun**.

Exemple :

Tu réduis les deux membres au même dénominateur.
Tu multiplies les deux membres de l'équation par *12* (le dénominateur commun).
Tu résous l'équation du type $ax + b = cx + d$ ainsi obtenue.

$$\begin{aligned} 1+\frac{3x}{4} &= \frac{2x+1}{3} \\ \frac{12}{12}+\frac{9x}{12} &= \frac{8x+4}{12} \\ \frac{12+9x}{12} &= \frac{8x+4}{12} \\ 12+9x &= 8x+4 \\ 9x-8x &= 4-12 \\ x &= -8 \end{aligned}$$

Exercices

1. Résous les équations suivantes.

$4x + 2 = 3x + 6$ $\quad$ $12x + 5 = 10x - 3$ $\quad$ $-5x - 12 = -3x + 8$

$4x - 5 = x + 6$

$x + 4 = 3x - 9$

$-4 + x = -3 + 2x$

$9 - 3x = 4x - 4$

$18 + 6x = -9x + 3$

$5 - x = 3x - 7$

$-2x + 3 = -7x + 6$

$-4x + 3 = 3x + 3$

$4x - 2 = 7x - 5$

2. Sans résoudre les équations, réponds par VRAI ou FAUX et justifie ta réponse.

4 est solution de $3x - 2 = 9$

-2 est solution de $3x + 1 = 5x + 5$

1 est solution de $-4x - 3 = 6x + 1$

5 est solution de $3x - 12 = x - 2$

3. Invente une équation…

a) du type $ax = b$ dont 5 est solution. .....

b) du type $x + a = b$ dont 2 est solution. .....

c) du type $ax + b = c$ dont -1 est solution. .....

d) du type $ax + b = cx + d$ dont 1 est solution. .....

e) du type $ax + b = c$ dont 2 est solution. .....

4. Résous les équations suivantes.

$8 - 4x + 5 = 2x - 5$

$10x + 8 - 4x = 6 + 3x$

$3 \,.\, (x - 2) + (x + 1) = 2 \,.\, (x - 1) + 5$

$-2 \,.\, (x + 2) + 4x = 5 - 2 \,.\, (2x - 4)$

$\dfrac{4x + 1}{3} = 5x$

$\dfrac{x - 4}{5} + \dfrac{3 - x}{2} = 10$

Activité 5 : Résolution de problèmes

Pour financer leur voyage de fin d'études, des élèves souhaitent organiser une tombola. Ils estiment pouvoir vendre *1200* billets et ils ont acheté *200* € de marchandises pour les lots. Le but de l'activité va être de déterminer le prix de vente d'un billet de tombola pour obtenir un bénéfice total de *400* €.

Quelle est l'inconnue du problème ? .....

Si x désigne le prix de vente d'un billet de tombola, écris une expression algébrique de la somme d'argent rapportée aux élèves par cette vente. .....

Écris une expression algébrique de la somme d'argent qu'il restera aux élèves après avoir payé les lots. .....

Puisque les élèves souhaitent réaliser un bénéfice de *400* €, écris une équation qui traduit cette situation. .....

Résous cette équation. .....

.....

.....

.....

Déduis-en le prix de vente d'un billet de tombola.

.....

Vérifie que cette réponse convient à l'énoncé du problème.

.....

.....

Résolution de problèmes

Marche à suivre

a) **Choix de l'inconnue**

Choisir l'inconnue qui sera représentée par x et exprimer les autres inconnues en fonction de x.

b) **Mise en équation**

Écrire une équation qui traduit l'énoncé du problème.

c) **Résolution de l'équation**

d) **Solution du problème**

Répondre à la question posée dans le problème par une phrase correctement construite.

e) **Vérification**

Vérifier que la solution trouvée convient à l'énoncé du problème.

Exercices

1. La somme de deux nombres consécutifs est *77*. Quels sont ces deux nombres ?

   a) Choix de l'inconnue .....

   b) Mise en équation .....

   c) Résolution de l'équation .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   d) Solution du problème .....

   e) Vérification .....

2. Un père décide de partager une somme de *210* € entre ses deux enfants de façon à ce que l'aîné reçoive le double du cadet. Combien doit-il donner à chaque enfant ?

   a) Choix de l'inconnue .....

   b) Mise en équation .....

   c) Résolution de l'équation .....

   .....

   .....

   d) Solution du problème .....

   e) Vérification .....

   .....

3. Tu as réalisé deux tests en mathématique cotés sur *20*. Lors du second test, tu as fourni de gros efforts et tu as obtenu *6* points de plus que lors du premier test. Ta moyenne pour ces deux tests est de *14*. Quel est ton résultat lors du premier test ?

   a) Choix de l'inconnue .....

   b) Mise en équation .....

   c) Résolution de l'équation .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   d) Solution du problème .....

e) Vérification .....

.....

.....

4. Chaque mois, tu loues le même nombre de films auprès du magasin « LocaDVD ». Le mois dernier, il proposait de payer un abonnement mensuel de *20* € et un prix de *3* € par DVD loué. Ce mois-ci, il a décidé d'instaurer un nouveau tarif de *5* € la location mais plus aucun abonnement n'est requis. Malgré ce changement de prix, le montant de ta facture mensuelle est resté identique. Calcule le nombre de DVD que tu loues chaque mois.

a) Choix de l'inconnue .....

b) Mise en équation .....

c) Résolution de l'équation .....

.....

.....

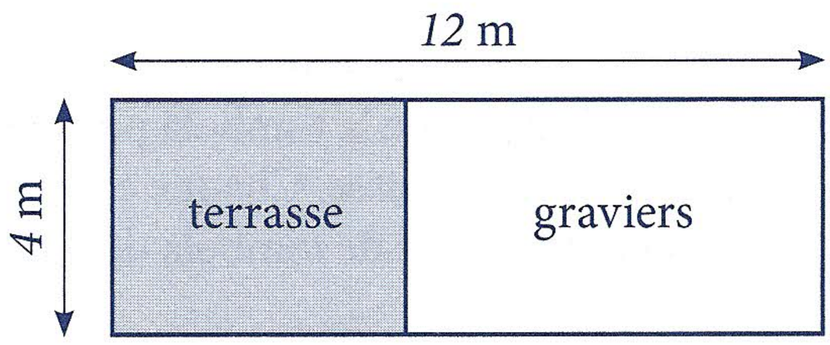
.....

d) Solution du problème .....

e) Vérification .....

.....

5. Monsieur Karl possède une cour de *12* mètres de long sur *4* mètres de large. Il souhaite réaliser une terrasse sur toute la largeur de la cour en utilisant un carrelage à *21,5* €/m². Limité par son budget de *465* €, il choisit de garnir le reste de la cour avec du gravier dont le prix de revient est de *1,25* €/m². Calcule la longueur de sa terrasse.



a) Choix de l'inconnue .....

b) Mise en équation .....

c) Résolution de l'équation .....

.....

.....

.....

.....

d) Solution du problème .....

e) Vérification .....

.....

Activité 6 - Montage et démontage de chaînes d'opérations

A. Inverser les opérations

1. En début de journée, la caisse du magasin contenait *360* €. Durant la journée, les clients ont acheté pour *600* € de marchandises.

   a) Que contient la caisse en fin de journée ?

   Complète : *360* +..... .....

   Écris l'égalité : *360* + ... = ...

   b) Comment retrouver les *360* € de départ si tu connais le montant de fin de journée ?

   Complète : *960*

   .....

   Écris l'égalité : 360 = 960 .....

2. Ce matin, Julien possédait *45* € dans son porte-monnaie. À midi, il a payé son repas et sa boisson *8* €.

   a) Combien possède Julien après son repas ?

   Complète : *45* −..... .....

   Écris l'égalité : *45* − ..... = ...

   b) Comment retrouver les *45* € de départ si tu connais le montant après le repas ?

   Complète : *37*

   .....

   Écris l'égalité : *45* = *37* .....

3. Tu as été chargé par ton professeur de relever l'argent de la tombola pour les *20* élèves de ta classe. Chaque élève a du vendre un carnet de tombola de *5* €.

   a) Quel est le montant total récolté ?

   Complète : *5* .....

   Écris l'égalité : *5* . ..... = ...

   b) Comment retrouver le prix d'un carnet de tombola si tu connais le montant total récolté ?

   Complète : *100*

   .....

   Écris l'égalité : *5* = *100* .....

4. Lors de la marche parrainée organisée par ton école, vous avez récolté au total *4800* €. Vous aviez décidé de partager cette somme entre *3* associations de votre ville.

   a) Quel est le montant que chaque association va recevoir ?

   Complète : *4800* :.....

   Écris l'égalité : $\frac{4800}{.....}$ = ...

   b) Comment retrouver le montant total récolté à partir du montant que recevra chaque association ?

   Complète : *1600*

   .....

   Écris l'égalité : *4800* = *1600* .....

B. Enchaîner les opérations

En général, les maillons ne s'utilisent pas seuls. On a souvent besoin de plusieurs maillons successifs pour former des chaînes opératoires qui traduisent des situations de la vie courante. Voici un exemple.

La semaine dernière, Julien est allé au cinéma avec deux amis ; l'entrée était fixée à *6* €. Leur carte d'étudiant leur a permis d'obtenir *1* € de réduction par personne.

1. Que vont-ils payer pour les trois places ?

Complète : *6* ....

Écris l'égalité : .....

2. Comment retrouver le prix de l'entrée si tu connais le prix total payé et le montant de la réduction par personne ?

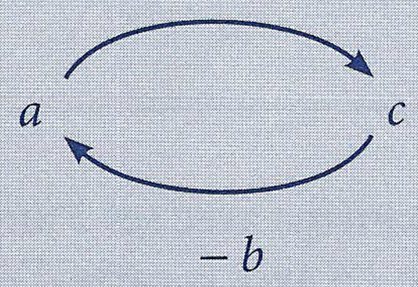
Complète : *15*

Écris l'égalité : .....

Montage et démontage de chaînes d'opérations

Les chaînes d'opérations sont composées de deux types de maillons fondamentaux.

Le « **maillon addition** »

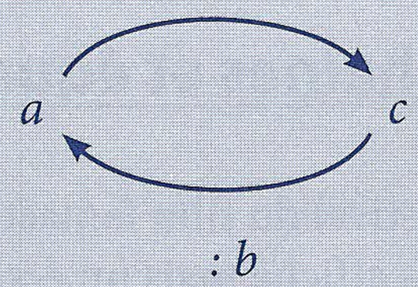


$a + b = c$

$\Updownarrow$

$a = c - b$

Le « **maillon multiplication** »



$a \,.\, b = c$

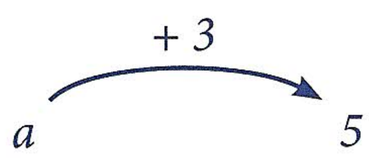
$\Updownarrow \quad (b \neq 0)$

$a = \dfrac{c}{b}$

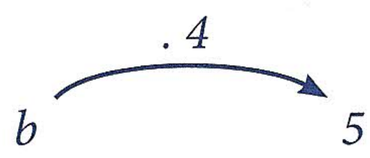
Les maillons du **retour** constituent la **chaîne réciproque**.

Exercices

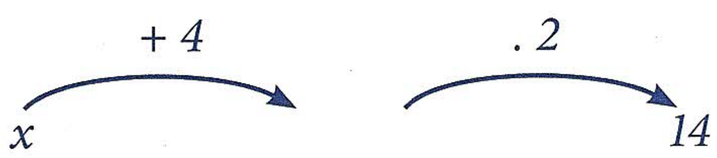
1. Écris les égalités correspondantes aux chaînes suivantes.

a) 

.....

b) 

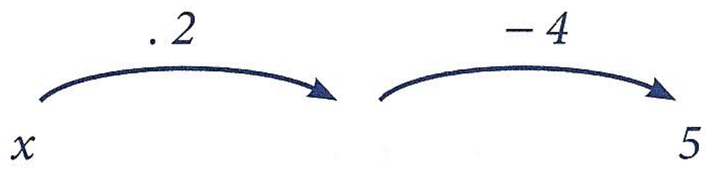
.....

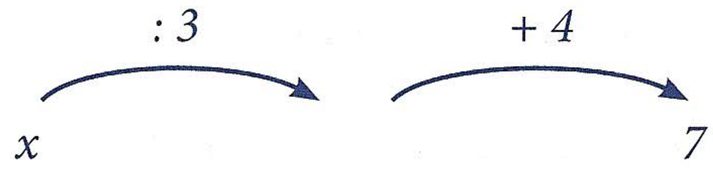
c) 

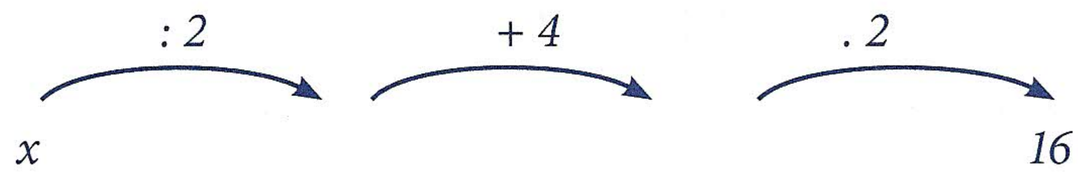
.....

d) 

.....

e) 

f) 

g) 

2. Décompose les expressions algébriques suivantes sous forme de chaînes opératoires en partant de x.

a) $2x + 1$



b) $\frac{x}{3} - 2$



c) $4 + 3x$



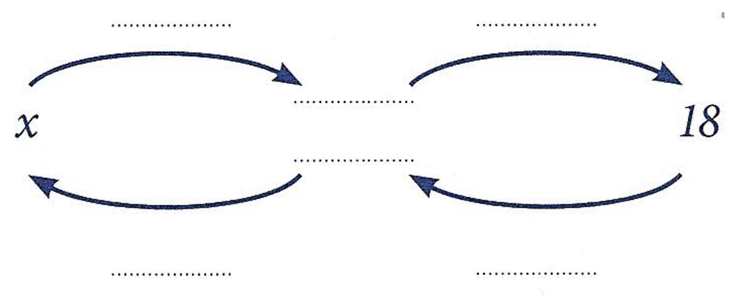
d) $\frac{6 + x}{4}$



Activité 7 – Chaînes et équations simples

Hier, à l'occasion du festival du film fantastique, Julien est retourné au cinéma avec ses *2* amis. Le prix d'entrée n'était pas affiché mais un écriteau signalait une remise de *1* € avec la carte d'étudiant. Cette fois, ils ont payé *18* €.

1. Si x désigne le prix hors réduction d'une place de cinéma, complète la chaîne ci-dessous.



2. Écris l'égalité correspondante à la chaîne commençant par x. .....

3. Écris l'égalité correspondante à la chaîne réciproque et déduis-en la valeur de x.

.....

.....

.....

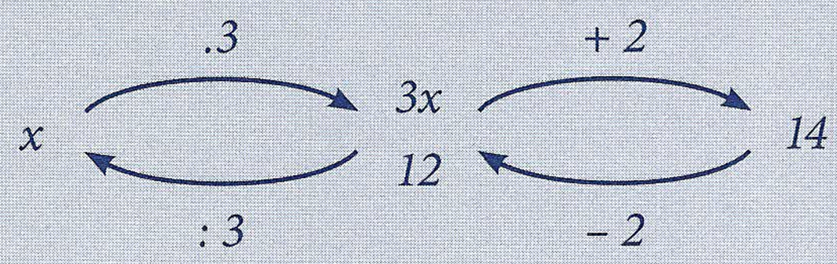
Chaînes et équations simples

A. Comment résoudre des équations « simples » en utilisant le principe des chaînes ?

- Construire une chaîne **commençant** par l'**inconnue**.
- Construire la **chaîne réciproque**.
- Calculer la valeur de l'inconnue en **lisant** la **chaîne réciproque** de droite à gauche.

Exemples :

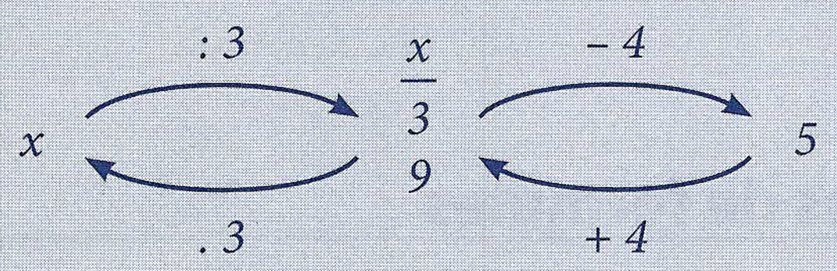
$3x + 2 = 14$ Chaîne



Calcul pour trouver x

$$x = \frac{14 - 2}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$\frac{x}{3} - 4 = 5$ Chaîne



Calcul pour trouver x

$$x = (5 + 4) \cdot 3 = 9 \cdot 3 = 27$$

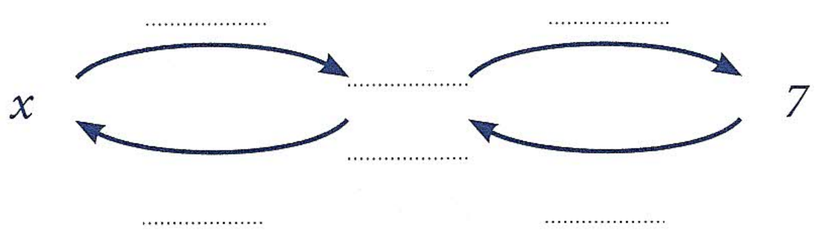
B. Remarque

Seules certaines équations élémentaires peuvent être résolues à l'aide des chaînes. Dans les autres équations, l'utilisation des principes d'équivalence est nécessaire.

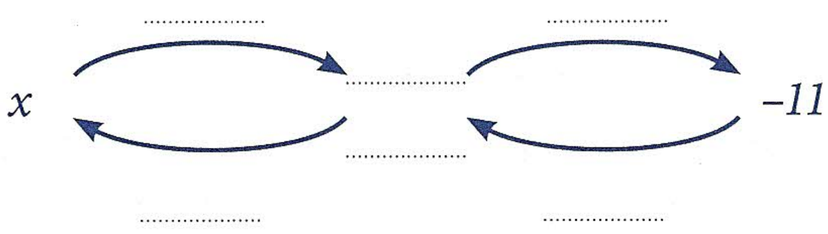
Exercices

Résous les équations suivantes.

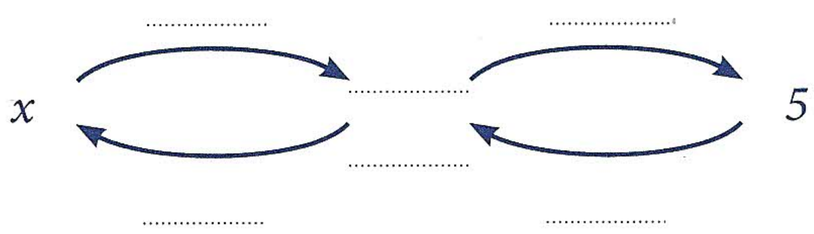
a) $2x + 1 = 7$



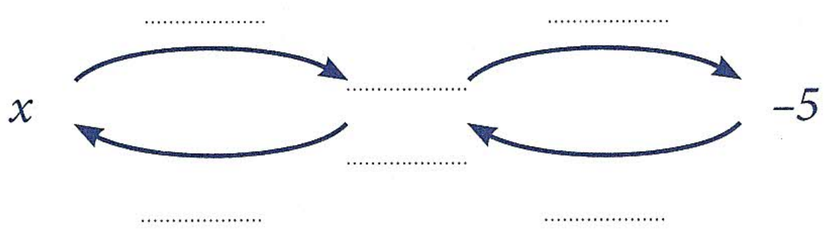
b) $4x - 3 = -11$



c) $3 + 2x = 5$



d) $4 + 3x = -5$



e) $7 - 5x = -3$

f) $\frac{x}{3} - 2 = 1$

g) $\frac{x-3}{5} = 2$

h) $\frac{6+x}{4} = 6$

.....

.....

i) $\frac{2x-1}{3} = -1$

.....

Activité 8 - Transformations de formules

Un automobiliste, amoureux des autoroutes, a préparé par ordinateur un itinéraire de « balade » pour ce dimanche. La sortie Namur est indiquée au kilomètre *64* et celle de Liège au kilomètre *124* de son itinéraire. Sachant qu'il roule, grâce à son « Cruise Control » à la vitesse constante de *120* km/h, détermine le temps qu'il passera sur l'autoroute entre les *2* sorties.

La physique nous apprend que, si un mobile roule à une vitesse constante v, on peut connaître à tout moment sa position e en fonction de e_0 sa position au temps $t = 0$ et du temps écoulé t grâce à la formule $e = e_0 + v \cdot t$

1. Isole t à l'aide des deux méthodes ci-dessous.

a) Utilisation des chaînes

Complète la chaîne suivante qui te permet de connaître la position du mobile en fonction du temps écoulé.

....

t ..... e

Construis la chaîne réciproque.

.... e

....

Détermine t en lisant la chaîne réciproque de droite à gauche. .....

b) Utilisation des principes d'équivalence

Utilise les principes d'équivalence étudiés lors des quatre premières activités de ce chapitre pour isoler la variable t.

.....

.....

.....

.....

2. En utilisant la formule que tu viens d'établir, calcule le temps passé par l'automobiliste sur l'autoroute entre les sorties de Namur et Liège. .....

Transformations de formules

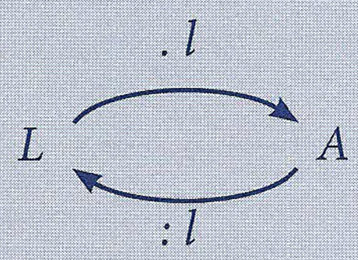
A. Comment isoler une variable dans une formule ?

1. En utilisant le principe des chaînes

- Construire une chaîne **commençant** par la **variable** à isoler.
- Construire la **chaîne réciproque**.
- Déterminer la valeur de la variable à isoler en **lisant** la **chaîne réciproque** de droite à gauche.

Exemple : Isoler la longueur L dans la formule de l'aire du rectangle $A = \boldsymbol{L} \,.\, l$
(l est la largeur du rectangle).

Chaîne



Calcul pour isoler L

$$L = \frac{A}{l}$$

2. En utilisant les principes d'équivalence

Les **principes d'équivalence** associés à l'**addition** et à la **multiplication** étudiés dans les résolutions d'équations restent d'application.

Exemple : Isoler la longueur L dans la formule de l'aire du rectangle $A = \boldsymbol{L} \,.\, l$
(l est la largeur du rectangle).
On divise les deux membres de l'égalité par l :

$$\frac{A}{l} = \frac{L \,.\, l}{l}$$

$$\frac{A}{l} = L$$

B. Remarque

Seules les formules où la variable à isoler apparaît une seule fois au numérateur et au premier degré peuvent être transformées à l'aide des chaînes.

Exercices

1. En utilisant la méthode de ton choix, isole la lettre en gras ($\boldsymbol{b}$).

$a\boldsymbol{b} = c$	$a + \boldsymbol{b} = c$	$a\boldsymbol{b} + c = d$	$a\boldsymbol{b} - c = 0$
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
$\frac{\boldsymbol{b}}{a} = \frac{c}{d}$	$\boldsymbol{b} \,.\, (a + c) = d$	$\boldsymbol{b} - a = \frac{c}{d}$	$a\boldsymbol{b}c = d$
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....

$a \,.\, (b + c) = d$ $\quad$ $a - bc = d$ $\quad$ $b + \frac{a}{c} = d$ $\quad$ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

2. Isole la variable demandée en utilisant la méthode de ton choix.

a) La formule de l'espace parcouru (e) d'un mobile en mouvement rectiligne uniforme en fonction de sa vitesse (v) et du temps de parcours (t) est $\boldsymbol{e = v \,.\, t}$. Isole v.

b) La formule de la résistance équivalente (R_{eq}) d'un circuit composé de deux résistances en série (R_1 et R_2) est $\boldsymbol{R_{eq} = R_1 + R_2}$. Isole R_1.

c) La formule de la vitesse angulaire d'un mobile (ω) en mouvement circulaire uniforme en fonction de sa fréquence (n) est $\boldsymbol{\omega = 2 \,.\, \pi \,.\, n}$. Isole n.

d) La formule de la puissance d'une force (P) en fonction de son travail (W) et de son temps d'action (t) est $\boldsymbol{P = \frac{W}{t}}$. Isole W.

e) La formule de la résistance d'un fil conducteur (R) en fonction de sa longueur (l), de sa section (s) et de sa résistivité (ρ) est $\boldsymbol{R = \frac{\rho \,.\, l}{s}}$. Isole l.

CHAPITRE 6

Équations du premier degré à une inconnue

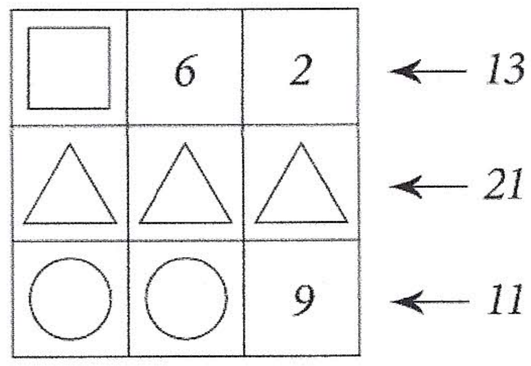
Au terme de ce chapitre, l'élève sera capable...

- ❑ de définir les expressions suivantes : équations, résoudre une équation, vérifier la solution d'une équation et équations équivalentes.
- ❑ d'énoncer les principes d'équivalence entre équations.
- ❑
- ❑
- ❑ d'utiliser à bon escient les mots suivants : équation, résoudre, égalité, solution et vérifier.
- ❑ de justifier chaque étape de résolution d'une équation en énonçant le principe d'équivalence utilisé.
- ❑ de vérifier si un nombre est solution d'une équation.
- ❑ de résoudre des équations du type $a + x = b$.
- ❑ de résoudre des équations du type $a \,.\, x = b$ ou $\frac{x}{a} = b$.
- ❑ de résoudre des équations du type $ax + b = c$.
- ❑ de résoudre des équations du type $ax + b = cx + d$.
- ❑ de résoudre des équations plus complexes faisant intervenir différentes techniques du calcul algébrique.
- ❑ de résoudre un problème se ramenant à une équation du 1er degré à une inconnue.
- ❑ de décomposer des expressions algébriques sous forme de chaînes.
- ❑ de résoudre des équations simples en utilisant le principe des chaînes.
- ❑ d'isoler une variable dans une formule en utilisant les principes d'équivalence.
- ❑ d'isoler une variable dans une formule en utilisant le principe des chaînes.
- ❑
- ❑

Activité 1 - Équations du type $x + a = b$

Certaines cases de ce carré contiennent un nombre caché par une figure géométrique. Tu sais que des figures identiques cachent le même nombre et tu connais la somme des nombres de chaque ligne.

Au cours des trois premières activités de ce chapitre, nous allons t'aider à découvrir les nombres cachés par ces figures.



Observe la première ligne du carré. Si x désigne le nombre caché par le symbole ◼, écris une égalité traduisant que la somme des nombres de cette ligne vaut *13*. Réduis ensuite les termes semblables.

$x + 6 + 2 = 13$ $\qquad$ $x + 8 = 13$

La première balance équilibrée ci-dessous peut symboliser cette égalité. Complète le plateau de droite de la seconde balance pour conserver l'équilibre.



Quelle manipulation a-t-on effectuée pour conserver l'équilibre de la balance en passant de la première à la seconde ?

On a retiré *8* unités de chaque plateau de la balance.

En t'inspirant de cette manipulation, complète la résolution de l'équation.

$$x + 8 = 13$$
$$x + 8 - 8 = 13 - 8$$
$$x = 5$$

Exprime à l'aide d'une phrase l'opération mathématique réalisée à la 2e ligne de la résolution.

On a soustrait *8* de chaque membre de l'équation.

Équations du type $x + a = b$

A. Définitions

Une **équation** est une **égalité** qui contient une lettre appelée **inconnue** (celle-ci peut apparaître plusieurs fois).

Résoudre une équation consiste à **déterminer** la valeur de l'inconnue qui vérifie l'égalité ; cette valeur est appelée **solution** de l'équation.

Deux **équations équivalentes** sont deux équations qui admettent les **mêmes solutions**.

Exemple : $x + 2 = 5$ et $5x = 15$ sont deux équations équivalentes car elles admettent toutes deux *3* comme solution.

B. Vérification

Vérifier la solution d'une équation, c'est **remplacer**, dans l'équation, l'inconnue par la valeur trouvée, **calculer** chacun des deux membres et **constater l'égalité**.

Exemple : *3* est solution de l'équation $2x + 1 = x + 4$.

En effet, $2 \cdot \mathbf{3} + 1 = \mathbf{3} + 4$

$6 + 1 = 7$

$7 = 7$

C. Addition et équivalence

Si on **ajoute** (retire) un même nombre aux deux membres d'une équation, on obtient une **équation équivalente** à la première.

D. Comment résoudre une équation du type $x + a = b$?

Dans une équation, pour neutraliser un **terme** « gêneur », on **ajoute** son **opposé** aux deux membres.

Exemples :

$x + 8 = 13$

$+(-8)$ ↓ $+(-8)$

$x + 8 - 8 = 13 - 8$

$x = 5$

$12 = x - 5$

$+5$ ↓ $+5$

$12 + 5 = x - 5 + 5$

$17 = x$

Exercices

Résous les équations suivantes.

$x + 3 = 8$

$\mathbf{x + 3 - 3 = 8 - 3}$

$\mathbf{x = 5}$

$x - 4 = -3$

$\mathbf{x - 4 + 4 = -3 + 4}$

$\mathbf{x = 1}$

$3 + x = -2$

$\mathbf{3 + x - 3 = -2 - 3}$

$\mathbf{x = -5}$

$9 = x - 4$

$\mathbf{9 + 4 = x - 4 + 4}$

$\mathbf{13 = x}$

$0 = x + 4$

$\mathbf{0 - 4 = x + 4 - 4}$

$\mathbf{-4 = x}$

$3 + x = 7$

$\mathbf{3 + x - 3 = 7 - 3}$

$\mathbf{x = 4}$

$x - \frac{1}{5} = 3$

$x - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 3 + \frac{1}{5}$

$x = \frac{15}{5} + \frac{1}{5}$

$x = \frac{16}{5}$

$5 + x = \frac{4}{3}$

$5 + x - 5 = \frac{4}{3} - 5$

$x = \frac{4}{3} - \frac{15}{3}$

$x = -\frac{11}{3}$

$x - \frac{3}{7} = \frac{1}{4}$

$x - \frac{3}{7} + \frac{3}{7} = \frac{1}{4} + \frac{3}{7}$

$x = \frac{7}{28} + \frac{12}{28}$

$x = \frac{19}{28}$

$\frac{2}{3} = x - \frac{1}{4}$

$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = x - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = x$

$\frac{11}{12} = x$

$4 = \frac{3}{2} + x$

$4 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2} + x - \frac{3}{2}$

$\frac{8}{2} - \frac{3}{2} = x$

$\frac{5}{2} = x$

$x - \frac{4}{3} = -\frac{7}{6}$

$x - \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = -\frac{7}{6} + \frac{4}{3}$

$x = -\frac{7}{6} + \frac{8}{6}$

$x = \frac{1}{6}$

$4{,}2 + x = 5{,}8$

$4{,}2 + x - 4{,}2 = 5{,}8 - 4{,}2$

$x = 1{,}6$

$x + 3{,}4 = 0$

$x + 3{,}4 - 3{,}4 = 0 - 3{,}4$

$x = -3{,}4$

$1{,}8 = x + 5$

$1{,}8 - 5 = x + 5 - 5$

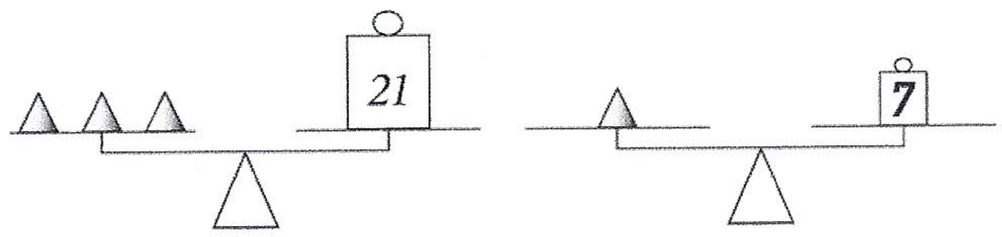
$-3{,}2 = x$

Activité 2 - Équations du type $a \cdot x = b$ et $\frac{x}{a} = b$

Observe la deuxième ligne du carré (p. 114). Si x désigne le nombre caché par le symbole △, écris une égalité traduisant que la somme des nombres de cette ligne vaut *21*. Réduis ensuite les termes semblables.

$x + x + x = 21$ $\qquad$ $3 \cdot x = 21$

La première balance équilibrée ci-contre peut symboliser cette égalité. Complète le plateau de droite de la seconde balance pour conserver l'équilibre.



Quelle manipulation a-t-on effectuée pour conserver l'équilibre de la balance en passant de la première à la seconde ?

On a divisé par *3* les quantités présentes sur chaque plateau.

En t'inspirant de cette manipulation, complète la résolution de l'équation.

$3 \cdot x = 21$

$\frac{3 \cdot x}{3} = \frac{21}{3}$

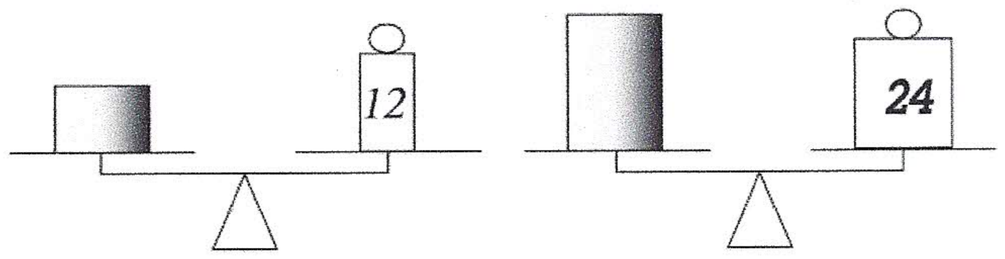
$x = 7$

Exprime à l'aide d'une phrase l'opération mathématique réalisée à la 2e ligne de la résolution.

On a divisé chaque membre de l'équation par 3.

Voici une situation similaire.

Les deux balances ci-contre sont en équilibre. Complète le plateau de droite de la seconde balance pour conserver l'équilibre.



Quelle manipulation a-t-on effectuée pour conserver l'équilibre de la balance en passant de la première à la seconde ?

On a multiplié par 2 les quantités présentes sur chaque plateau.

En t'inspirant de cette manipulation, complète la résolution de l'équation.

$$\frac{x}{2} = 12$$

$$\frac{x}{2} \cdot \mathbf{2} = 12 \cdot \mathbf{2}$$

$$x = \mathbf{24}$$

Exprime à l'aide d'une phrase l'opération mathématique réalisée à la 2e ligne de la résolution.

On a multiplié chaque membre de l'équation par 2.

Équations du type $a \cdot x = b$ et $\frac{x}{a} = b$

A. Multiplication et équivalence

Si on **multiplie** (divise) par un **même nombre** non nul les deux membres d'une équation, on obtient une **équation équivalente** à la première.

B. Comment résoudre une équation du type $a \cdot x = b$?

Dans une équation, pour neutraliser un **facteur** « gêneur » **multiplicateur**, on **divise** les deux membres par celui-ci.

Exemples :

$$\begin{array}{l} 4 \cdot x = 12 \\ :4 \quad\quad\quad\quad :4 \\ \frac{4 \cdot x}{4} = \frac{12}{4} \\ x = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -7 \cdot x = 23 \\ :(-7) \quad\quad\quad\quad :(-7) \\ \frac{-7 \cdot x}{-7} = \frac{23}{-7} \\ x = \frac{-23}{7} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \cdot x = \frac{7}{6} \\ :3 \quad\quad\quad\quad :3 \\ \frac{3 \cdot x}{3} = \frac{\frac{7}{6}}{3} \\ x = \frac{7}{18} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -9 = 2 \cdot x \\ :2 \quad\quad\quad\quad :2 \\ \frac{-9}{2} = \frac{2 \cdot x}{2} \\ \frac{-9}{2} = x \end{array}$$

C. Comment résoudre une équation du type $\frac{x}{a} = b$?

Dans une équation, pour neutraliser un **facteur** « gêneur » **diviseur**, on **multiplie** les deux membres par celui-ci.

Exemples :

$$\frac{x}{12} = 10 \quad \Big| \cdot 12$$
$$12 \cdot \frac{x}{12} = 12 \cdot 10$$
$$x = 120$$

$$\frac{-5}{9} = \frac{x}{6} \quad \Big| \cdot 6$$
$$\frac{-5}{9} \cdot 6 = \frac{x}{6} \cdot 6$$
$$\frac{-10}{3} = x$$

D. Remarque

Pour résoudre l'équation $\frac{3x}{4} = \frac{5}{7}$, on peut procéder de deux manières différentes.

- On neutralise le facteur diviseur, puis le facteur multiplicateur en utilisant les règles précédentes.
- On transforme l'équation de manière à faire apparaître le coefficient de x, qu'il suffit de neutraliser en divisant les deux membres de l'équation par celui-ci, c'est-à-dire en multipliant les deux membres de l'équation par l'inverse du coefficient de x.

Exemples :

$$\frac{3x}{4} = \frac{5}{7} \quad \Big| \cdot 4$$
$$3 \cdot x = \frac{20}{7} \quad \Big| : 3$$
$$x = \frac{20}{21}$$

$$\frac{3x}{4} = \frac{5}{7}$$
$$\frac{3}{4} \cdot x = \frac{5}{7} \quad \Big| : \frac{3}{4}$$
$$x = \frac{5}{7} : \frac{3}{4}$$
$$x = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3}$$
$$x = \frac{20}{21}$$

Exercices

Résous les équations suivantes.

$3x = -18$

$\frac{3x}{3} = \frac{-18}{3}$

$x = -6$

$\frac{x}{4} = 9$

$4 \cdot \frac{x}{4} = 9 \cdot 4$

$x = 36$

$\frac{x}{3} = -5$

$3 \cdot \frac{x}{3} = -5 \cdot 3$

$x = -15$

$-4x = -7$

$\frac{-4x}{-4} = \frac{-7}{-4}$

$x = \frac{7}{4}$

$5x = \frac{4}{3}$

$x = \frac{\frac{4}{3}}{5}$

$x = \frac{4}{15}$

$\frac{x}{5} = 0$

$x = 0.5$

$x = 0$

$11 = 6x$

$\frac{11}{6} = x$

$6 = -2x$

$\frac{6}{-2} = x$

$-3 = x$

$\frac{1}{5} = 3x$

$\frac{\frac{1}{5}}{3} = x$

$\frac{1}{15} = x$

$3x = \frac{9}{8}$

$x = \frac{\frac{9}{8}}{3}$

$x = \frac{3}{8}$

$-7x = \frac{5}{6}$

$x = \frac{\frac{5}{6}}{-7}$

$x = \frac{-5}{42}$

$\frac{x}{3} = \frac{-2}{7}$

$x = \frac{-2}{7} . 3$

$x = \frac{-6}{7}$

$8x = 0$

$x = \frac{0}{8}$

$x = 0$

$\frac{x}{3} = \frac{1}{4.}$

$x = \frac{1}{4} . 3$

$x = \frac{3}{4}$

$0,3x = 2,7$

$x = \frac{2,7}{0,3}$

$x = 9$

$-2,4x = 0,8$

$x = \frac{0,8}{-2,4}$

$x = \frac{-1}{3}$

$\frac{2x}{3} = 8$

$2x = 8 . 3$

$2x = 24$

$x = \frac{24}{2}$

$x = 12$

$\frac{-3x}{5} = -9$

$-3x = -9 . 5$

$-3x = -45$

$x = \frac{-45}{-3}$

$x = 15$

$-5 = \frac{4}{3} x$

$-5 . 3 = 4x$

$-15 = 4x$

$\frac{-15}{4} = x$

$\frac{3x}{5} = \frac{4}{7}$

$3x = \frac{4}{7} . 5$

$3x = \frac{20}{7}$

$x = \frac{\frac{20}{7}}{3}$

$x = \frac{20}{21}$

$\frac{4}{9} = \frac{5x}{8}$

$\frac{4}{9} . 8 = 5x$

$\frac{32}{9} = 5x$

$\frac{\frac{32}{9}}{5} = x$

$\frac{32}{45} = x$

$\frac{-5}{9} x = \frac{-15}{3}$

$-5x = \frac{-15}{3} . 9$

$-5x = -45$

$x = \frac{-45}{-5}$

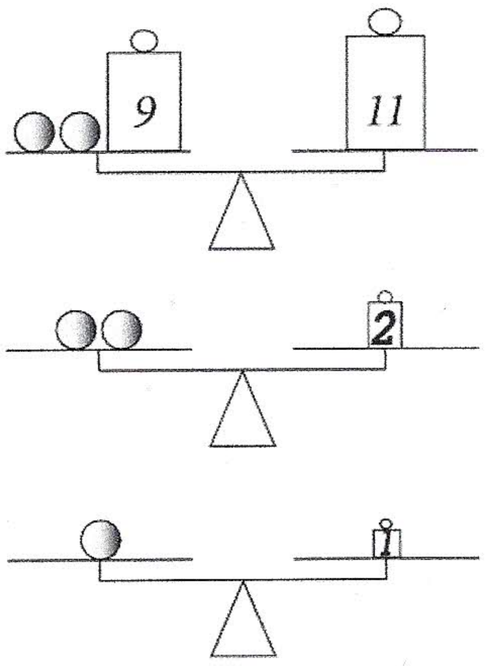
$x = 9$

Activité 3 - Équations du type $ax + b = c$

Observe la troisième ligne du carré (p. 114). Si x désigne le nombre caché par le symbole ❍, écris une égalité traduisant que la somme des nombres de cette ligne vaut *11*. Réduis ensuite les termes semblables.

$x + x + 9 = 11$ $\qquad$ $2x + 9 = 11$

La première balance équilibrée ci-dessous peut symboliser cette égalité. Complète les deux autres balances équilibrées afin de déterminer le nombre caché par la figure ❍.



En t'inspirant de cette situation, résous ton équation.

$$2x + 9 = 11$$
$$2x = 11 - 9$$
$$2x = 2$$
$$x = \frac{2}{2}$$
$$x = 1$$

Équations du type $ax + b = c$

Comment résoudre une équation du type $ax + b = c$?

Pour résoudre une équation du type $ax + b = c$, on neutralise **d'abord le terme** « gêneur », **puis le facteur** « gêneur ».

Exemples :

$2x + 8 = 18$
-8 ↓ -8
$2x = 18 - 8$
$2x = 10$
$:2$ ↓ $:2$
$x = 10 : 2$
$x = 5$

$-5x + 7 = -9$
-7 ↓ -7
$-5x = -9 - 7$
$-5x = -16$
$:(-5)$ ↓ $:(-5)$
$x = -16 : (-5)$
$x = 3{,}2$

Exercices

Résous les équations suivantes.

$3x + 5 = 14$

$3x = 14 - 5$

$3x = 9$

$x = \frac{9}{3}$

$x = 3$

$4x - 16 = 4$

$4x = 4 + 16$

$4x = 20$

$x = \frac{20}{4}$

$x = 5$

$2x - 1 = 4$

$2x = 4 + 1$

$2x = 5$

$x = \frac{5}{2}$

$-3x + 4 = 8$

$-3x = 8 - 4$

$-3x = 4$

$x = \frac{4}{-3}$

$x = \frac{-4}{3}$

$4 - 3x = -6$

$-3x = -6 - 4$

$-3x = -10$

$x = \frac{-10}{-3}$

$x = \frac{10}{3}$

$5 + 4x = 0$

$4x = 0 - 5$

$4x = -5$

$x = \frac{-5}{4}$

$-5x - 4 = 4$

$-5x = 4 + 4$

$-5x = 8$

$x = \frac{8}{-5}$

$x = \frac{-8}{5}$

$3x - 4 = -4$

$3x = -4 + 4$

$3x = 0$

$x = \frac{0}{3}$

$x = 0$

$-5 = -4 + 2x$

$-5 + 4 = 2x$

$-1 = 2x$

$\frac{-1}{2} = x$

$-3x + 2 = -8$

$-3x = -8 - 2$

$-3x = -10$

$x = \frac{-10}{-3}$

$x = \frac{10}{3}$

$-9 = 3 - 4x$

$-9 - 3 = -4x$

$-12 = -4x$

$\frac{-12}{-4} = x$

$3 = x$

$2 = 7x + 6$

$2 - 6 = 7x$

$-4 = 7x$

$\frac{-4}{7} = x$

$-3 + \frac{x}{3} = -2$

$\frac{x}{3} = -2 + 3$

$\frac{x}{3} = 1$

$x = 3$

$5 = \frac{x}{3} + 5$

$5 - 5 = \frac{x}{3}$

$0 = \frac{x}{3}$

$0 \,.\, 3 = x$

$0 = x$

$\frac{x}{4} - 4 = 4$

$\frac{x}{4} = 4 + 4$

$\frac{x}{4} = 8$

$x = 8 \,.\, 4$

$x = 32$

$\frac{x}{5} - \frac{3}{5} = 0$

$\frac{x}{5} = \frac{3}{5}$

$x = \frac{3}{5} \,.\, 5$

$x = 3$

$5{,}1x - 0{,}8 = -2{,}1$

$5{,}1x = -2{,}1 + 0{,}8$

$5{,}1x = -1{,}3$

$x = \frac{-1{,}3}{5{,}1}$

$x = \frac{-13}{51}$

$x \cong -0{,}25$

$3{,}5 + 1{,}7x = -0{,}6$

$1{,}7x = -0{,}6 - 3{,}5$

$1{,}7x = -4{,}1$

$x = \frac{-4{,}1}{1{,}7}$

$x = \frac{-41}{17}$

$x \cong -2{,}41$

$-4{,}3 = 5{,}4 - 2{,}5x$

$-4{,}3 - 5{,}4 = -2{,}5x$

$-9{,}7 = -2{,}5x$

$\frac{-9{,}7}{-2{,}5} = x$

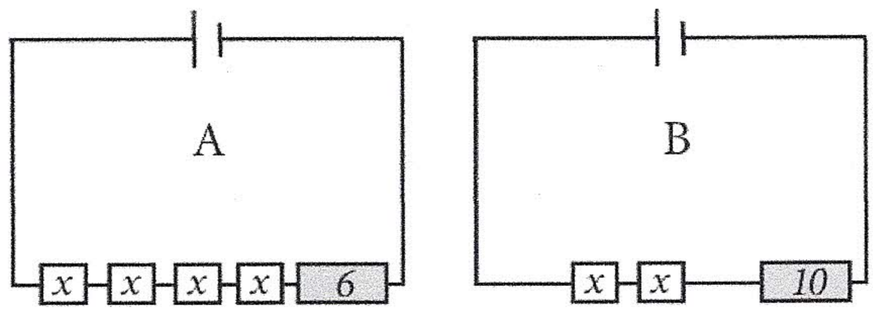
$\frac{97}{25} = x$

$3{,}88 = x$

Activité 4 - Équations du type $ax + b = cx + d$

Lors d'un laboratoire d'électricité, des élèves ont réalisé deux schémas de circuits électriques dans lesquels des résistances identiques sont représentées par un même symbole.

En utilisant une formule d'électricité appelée loi d'Ohm, ils ont remarqué que, pour chaque circuit, le groupement des résistances donnait une même résistance totale.

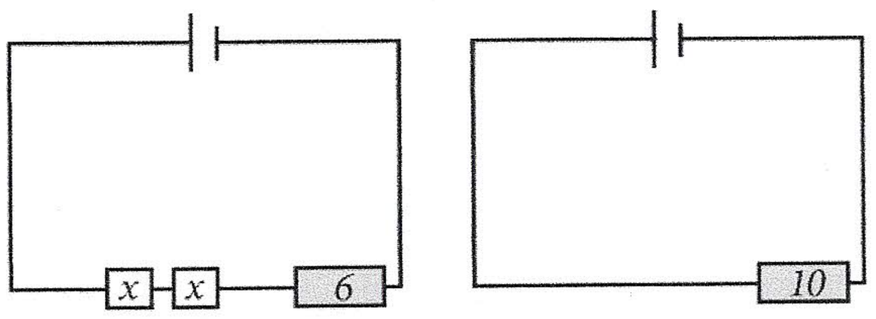


Sachant que la résistance totale d'un groupement de résistances en série est égale à la somme des différentes résistances figurant dans le circuit, écris une équation traduisant l'égalité des résistances totales de chaque circuit.

$$\underbrace{4x + 6}_{\text{résistance totale du circuit A}} = \underbrace{2x + 10}_{\text{résistance totale du circuit B}}$$

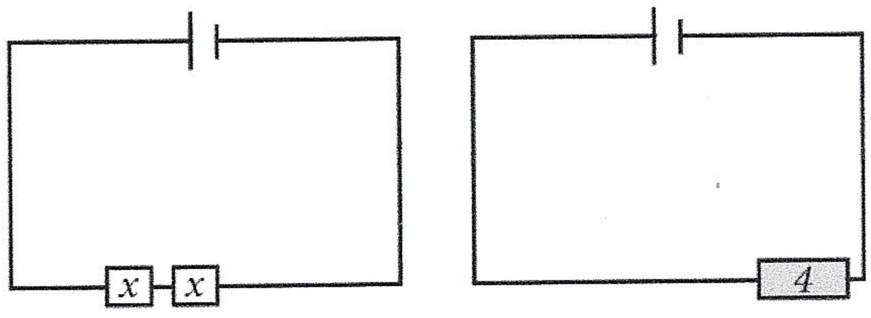
Essaie de trouver la valeur de la résistance x exprimée en ohms.

1. Modifie chaque circuit et enlève à chacun deux résistances x. Complète les schémas et écris une nouvelle équation.



Équation : $2x + 6 = 10$

2. Modifie chaque circuit et enlève à chacun une résistance de 6 ohms. Complète les schémas et écris une nouvelle équation.



Équation : $2x = 4$

3. Résous cette dernière équation.

$$x = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

4. Déduis-en la valeur de la résistance inconnue.

La résistance inconnue vaut 2 ohms.

Équations du type $ax + b = cx + d$

A. Comment résoudre une équation du type $ax + b = cx + d$?

Pour résoudre une équation du type $ax + b = cx + d$, il faut effectuer des **neutralisations successives** afin d'obtenir une équation du type $ax = b$.

Exemple :

Tu neutralises d'abord un des deux termes en « x », généralement le plus petit.

$$5x + 10 = 3x + 4$$
$$\xrightarrow{-3x} \quad 5x - 3x + 10 = 4$$

Tu neutralises ensuite le terme indépendant de l'autre membre.

$$2x + 10 = 4$$
$$\xrightarrow{-10} \quad 2x = 4 - 10$$

Tu neutralises enfin le facteur multiplicateur gêneur.

$$2x = -6$$
$$\xrightarrow{:2} \quad x = -3$$

Les deux premières neutralisations peuvent se faire en une seule étape.

Tu neutralises un des deux termes en « x », généralement le plus petit et le terme indépendant de l'autre membre.

$$5x + 10 = 3x + 4$$
$$\xrightarrow[-10]{-3x} \quad 5x - 3x = 4 - 10$$

Tu neutralises enfin le facteur multiplicateur gêneur.

$$2x = -6$$
$$\xrightarrow{:2} \quad x = -3$$

B. Comment résoudre des équations plus complexes ?

1. Si au moins un des **membres** de l'équation comprend **plus de deux termes**, il est préférable de le **réduire** avant de résoudre l'équation.

Exemple :

$$5x - 2 + 3x = x + 3x - 5 - 9$$

Tu réduis les termes semblables dans chaque membre.

$$8x - 2 = 4x - 14$$

Tu résous l'équation du type $ax + b = cx + d$ ainsi obtenue.

$$8x - 4x = -14 + 2$$
$$4x = -12$$
$$x = -3$$

2. Si l'équation comprend des **parenthèses**, il faut les faire **disparaître**
   - soit en appliquant les règles de **suppression des parenthèses** précédées du signe « + » ou du signe « − » ;
   - soit en appliquant la **distributivité**.

Exemple :

$5\,.\,(2x-4) = 6-(x+2)$

Dans le premier membre, tu appliques la distributivité. $10x-20 = 6-(x+2)$

Dans le second membre, tu supprimes les parenthèses. $10x-20 = 6-x-2$

Tu réduis les termes semblables. $10x-20 = -x+4$

Tu résous l'équation du type $ax+b=cx+d$ ainsi obtenue. $10x+x = 4+20$

$11x = 24$

$x = \dfrac{24}{11}$

3. Si au moins un des deux **membres** est écrit sous forme de **fraction**,
   on **réduit** les deux membres de l'équation au **même dénominateur** ;
   on **multiplie** les deux membres de l'équation **par le dénominateur commun**.

Exemple :

$1+\dfrac{3x}{4} = \dfrac{2x+1}{3}$

Tu réduis les deux membres au même dénominateur. $\dfrac{12}{12}+\dfrac{9x}{12} = \dfrac{8x+4}{12}$

$\dfrac{12+9x}{12} = \dfrac{8x+4}{12}$

Tu multiplies les deux membres de l'équation par *12* (le dénominateur commun). $12+9x = 8x+4$

Tu résous l'équation du type $ax+b=cx+d$ ainsi obtenue. $9x-8x = 4-12$

$x = -8$

Exercices

1. Résous les équations suivantes.

$4x+2 = 3x+6$

$4x-3x = 6-2$

$x = 4$

$12x+5 = 10x-3$

$12x-10x = -3-5$

$2x = -8$

$x = \dfrac{-8}{2}$

$x = -4$

$-5x-12 = -3x+8$

$-5x+3x = 8+12$

$-2x = 20$

$x = \dfrac{20}{-2}$

$x = -10$

$4x - 5 = x + 6$

$4x - x = 6 + 5$

$3x = 11$

$x = \frac{11}{3}$

$x + 4 = 3x - 9$

$x - 3x = -9 - 4$

$-2x = -13$

$x = \frac{-13}{-2}$

$x = \frac{13}{2}$

$-4 + x = -3 + 2x$

$x - 2x = -3 + 4$

$-x = 1$

$x = \frac{1}{-1}$

$x = -1$

$9 - 3x = 4x - 4$

$-3x - 4x = -4 - 9$

$-7x = -13$

$x = \frac{-13}{-7}$

$x = \frac{13}{7}$

$18 + 6x = -9x + 3$

$6x + 9x = 3 - 18$

$15x = -15$

$x = \frac{-15}{15}$

$x = -1$

$5 - x = 3x - 7$

$-x - 3x = -7 - 5$

$-4x = -12$

$x = \frac{-12}{-4}$

$x = 3$

$-2x + 3 = -7x + 6$

$-2x + 7x = 6 - 3$

$5x = 3$

$x = \frac{3}{5}$

$-4x + 3 = 3x + 3$

$-4x - 3x = 3 - 3$

$-7x = 0$

$x = \frac{0}{-7}$

$x = 0$

$4x - 2 = 7x - 5$

$4x - 7x = -5 + 2$

$-3x = -3$

$x = \frac{-3}{-3}$

$x = 1$

2. Sans résoudre les équations, réponds par VRAI ou FAUX et justifie ta réponse.

4 est solution de $3x - 2 = 9$

Faux, car $3 \cdot 4 - 2 \neq 9$

$12 - 2 \neq 9$

$10 \neq 9$

-2 est solution de $3x + 1 = 5x + 5$

Vrai, car $3 \cdot (-2) + 1 = 5 \cdot (-2) + 5$

$-6 + 1 = -10 + 5$

$-5 = -5$

1 est solution de $-4x - 3 = 6x + 1$

Faux, car $-4 \cdot 1 - 3 \neq 6 \cdot 1 + 1$

$-4 - 3 \neq 6 + 1$

$-7 \neq 7$

5 est solution de $3x - 12 = x - 2$

Vrai, car $3 \cdot 5 - 12 = 5 - 2$

$15 - 12 = 5 - 2$

$3 = 3$

3. Invente une équation…

a) du type $ax = b$ dont 5 est solution. **$2x = 10$ ou $3x = 15$ ou ...**

b) du type $x + a = b$ dont 2 est solution. **$x + 3 = 5$ ou $x - 2 = 0$ ou ...**

c) du type $ax + b = c$ dont -1 est solution. **$2x + 1 = -1$ ou $3x - 2 = -5$ ou**

d) du type $ax + b = cx + d$ dont 1 est solution. **$3x + 2 = 4x + 1$ ou $2x + 4 = 3x + 3$ ou ...**

e) du type $ax + b = c$ dont 2 est solution. **$4x + 2 = 10$ ou $-3x + 2 = -4$ ou ...**

4. Résous les équations suivantes.

$8 - 4x + 5 = 2x - 5$

$13 - 4x = 2x - 5$

$13 + 5 = 2x + 4x$

$18 = 6x$

$\frac{18}{6} = x$

$3 = x$

$3 \cdot (x - 2) + (x + 1) = 2 \cdot (x - 1) + 5$

$3x - 6 + x + 1 = 2x - 2 + 5$

$4x - 5 = 2x + 3$

$4x - 2x = 3 + 5$

$2x = 8$

$x = \frac{8}{2}$

$x = 4$

$\frac{4x + 1}{3} = 5x$

$\frac{4x + 1}{3} = \frac{15x}{3}$

$4x + 1 = 15x$

$1 = 15x - 4x$

$1 = 11x$

$\frac{1}{11} = x$

$10x + 8 - 4x = 6 + 3x$

$6x + 8 = 6 + 3x$

$6x - 3x = 6 - 8$

$3x = -2$

$x = \frac{-2}{3}$

$-2 \cdot (x + 2) + 4x = 5 - 2 \cdot (2x - 4)$

$-2x - 4 + 4x = 5 - 4x + 8$

$2x - 4 = 13 - 4x$

$2x + 4x = 13 + 4$

$6x = 17$

$x = \frac{17}{6}$

$\frac{x - 4}{5} + \frac{3 - x}{2} = 10$

$\frac{2 \cdot (x - 4) + 5 \cdot (3 - x)}{10} = \frac{100}{10}$

$2 \cdot (x - 4) + 5 \cdot (3 - x) = 100$

$2x - 8 + 15 - 5x = 100$

$-3x + 7 = 100$

$-3x = 93$

$x = \frac{93}{-3}$

$x = -31$

Activité 5 : Résolution de problèmes

Pour financer leur voyage de fin d'études, des élèves souhaitent organiser une tombola. Ils estiment pouvoir vendre *1200* billets et ils ont acheté *200* € de marchandises pour les lots. Le but de l'activité va être de déterminer le prix de vente d'un billet de tombola pour obtenir un bénéfice total de *400* €.

Quelle est l'inconnue du problème ? **Le prix de vente d'un billet de tombola.**

Si x désigne le prix de vente d'un billet de tombola, écris une expression algébrique de la somme d'argent rapportée aux élèves par cette vente. $1200 \cdot x$

Écris une expression algébrique de la somme d'argent qu'il restera aux élèves après avoir payé les lots. $1200 \cdot x - 200$

Puisque les élèves souhaitent réaliser un bénéfice de *400* €, écris une équation qui traduit cette situation. $1200 \cdot x - 200 = 400$

Résous cette équation.

$$1200 \cdot x = 400 + 200$$

$$1200 \cdot x = 600$$

$$x = \frac{600}{1200}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Déduis-en le prix de vente d'un billet de tombola.

Un billet devra être vendu $\frac{1}{2}$ €, c'est-à-dire *0,50* €.

Vérifie que cette réponse convient à l'énoncé du problème.

Les élèves auront vendu *1200* billets ; ils encaisseront donc une somme de *600* €.
Ils devront ensuite payer les lots (*200* €), il leur restera un bénéfice de *400* €.

Résolution de problèmes

Marche à suivre

a) **Choix de l'inconnue**
Choisir l'inconnue qui sera représentée par x et exprimer les autres inconnues en fonction de x.

b) **Mise en équation**
Écrire une équation qui traduit l'énoncé du problème.

c) **Résolution de l'équation**

d) **Solution du problème**
Répondre à la question posée dans le problème par une phrase correctement construite.

e) **Vérification**
Vérifier que la solution trouvée convient à l'énoncé du problème.

Exercices

1. La somme de deux nombres consécutifs est *77*. Quels sont ces deux nombres ?

a) Choix de l'inconnue **x : le plus petit des deux nombres.**

b) Mise en équation $x + (x + 1) = 77$

c) Résolution de l'équation

$$2x + 1 = 77$$
$$2x = 77 - 1$$
$$2x = 76$$
$$x = \frac{76}{2}$$
$$x = 38$$

d) Solution du problème **Les deux nombres sont *38* et *39*.**

e) Vérification **La somme des deux nombres consécutifs vaut : $38 + 39 = 77$.**

2. Un père décide de partager une somme de *210* € entre ses deux enfants de façon à ce que l'aîné reçoive le double du cadet. Combien doit-il donner à chaque enfant ?

a) Choix de l'inconnue **x : la somme en euros offerte au cadet.**

b) Mise en équation $x + 2x = 210$

c) Résolution de l'équation

$$3x = 210$$
$$x = \frac{210}{3}$$
$$x = 70$$

d) Solution du problème **Le cadet doit recevoir *70* € et l'aîné *140* €.**

e) Vérification **L'aîné reçoit le double du cadet. Ensemble, ils reçoivent $70 + 140 = 210$ €.**

3. Tu as réalisé deux tests en mathématique cotés sur *20*. Lors du second test, tu as fourni de gros efforts et tu as obtenu *6* points de plus que lors du premier test. Ta moyenne pour ces deux tests est de *14*. Quel est ton résultat lors du premier test ?

a) Choix de l'inconnue **x : le résultat obtenu au premier test.**

b) Mise en équation $\frac{x + (x + 6)}{2} = 14$

c) Résolution de l'équation

$$\frac{2x + 6}{2} = 14$$
$$2x + 6 = 28$$
$$2x = 22$$
$$x = \frac{22}{2}$$
$$x = 11$$

d) Solution du problème **La cote du premier test est de *11/20*.**

e) Vérification **Au premier test, j'ai obtenu *11*.**

Au second test, j'ai obtenu : *11 + 6 = 17*.

La moyenne de mes tests est : $\frac{11 + 17}{2} = \frac{28}{2} = 14$.

4. Chaque mois, tu loues le même nombre de films auprès du magasin « LocaDVD ». Le mois dernier, il proposait de payer un abonnement mensuel de *20* € et un prix de *3* € par DVD loué. Ce mois-ci, il a décidé d'instaurer un nouveau tarif de *5* € la location mais plus aucun abonnement n'est requis. Malgré ce changement de prix, le montant de ta facture mensuelle est resté identique. Calcule le nombre de DVD que tu loues chaque mois.

a) Choix de l'inconnue **x : le nombre de DVD loués par mois.**

b) Mise en équation $20 + 3 \cdot x = 5 \cdot x$

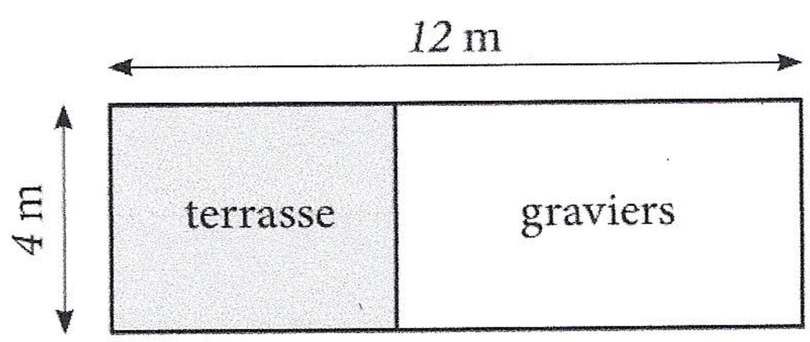
c) Résolution de l'équation
$$20 + 3x = 5x$$
$$20 = 5x - 3x$$
$$20 = 2x$$
$$10 = x$$

d) Solution du problème **Chaque mois, je loue *10* DVD.**

e) Vérification **Le mois dernier, j'ai payé :** $20 + 3 \cdot 10 = 20 + 30 = 50$ €.

Ce mois-ci, j'ai payé : $5 \cdot 10 = 50$ €.

5. Monsieur Karl possède une cour de *12* mètres de long sur *4* mètres de large. Il souhaite réaliser une terrasse sur toute la largeur de la cour en utilisant un carrelage à *21,5* €/m². Limité par son budget de *465* €, il choisit de garnir le reste de la cour avec du gravier dont le prix de revient est de *1,25* €/m². Calcule la longueur de sa terrasse.



a) Choix de l'inconnue **x : la longueur de la terrasse.**

b) Mise en équation $4 \cdot x \cdot 21,5 + 4 \cdot (12 - x) \cdot 1,25 = 465$

c) Résolution de l'équation
$$86x + (48 - 4x) \cdot 1,25 = 465$$
$$86x + 60 - 5x = 465$$
$$81x = 405$$
$$x = \frac{405}{81}$$
$$x = 5$$

d) Solution du problème **La terrasse a une longueur de *5* mètres.**

e) Vérification **Coût de l'espace carrelé :** $4 \cdot 5 \cdot 21,5 = 430$ €

Coût des graviers : $4 \cdot 7 \cdot 1,25 = 35$ €

Coût Total : *465* €

Activité 6 - Montage et démontage de chaînes d'opérations

A. Inverser les opérations

1. En début de journée, la caisse du magasin contenait *360* €. Durant la journée, les clients ont acheté pour *600* € de marchandises.

   a) Que contient la caisse en fin de journée ?

   Complète : *360* —(+ **600**)→ **960**

   Écris l'égalité : *360* + **600** = **960**

   b) Comment retrouver les *360* € de départ si tu connais le montant de fin de journée ?

   Complète : **360** ←(− **600**)— *960*

   Écris l'égalité : *360* = *960* − **600**

2. Ce matin, Julien possédait *45* € dans son porte-monnaie. À midi, il a payé son repas et sa boisson *8* €.

   a) Combien possède Julien après son repas ?

   Complète : *45* —(− **8**)→ **37**

   Écris l'égalité : *45* − **8** = **37**

   b) Comment retrouver les *45* € de départ si tu connais le montant après le repas ?

   Complète : **45** ←(+ **8**)— *37*

   Écris l'égalité : *45* = *37* + **8**

3. Tu as été chargé par ton professeur de relever l'argent de la tombola pour les *20* élèves de ta classe. Chaque élève a du vendre un carnet de tombola de *5* €.

   a) Quel est le montant total récolté ?

   Complète : *5* —(. **20**)→ **100**

   Écris l'égalité : *5* . **20** = **100**

   b) Comment retrouver le prix d'un carnet de tombola si tu connais le montant total récolté ?

   Complète : **5** ←(: **20**)— *100*

   Écris l'égalité : *5* = *100* : **20**

4. Lors de la marche parrainée organisée par ton école, vous avez récolté au total *4800* €. Vous aviez décidé de partager cette somme entre *3* associations de votre ville.

   a) Quel est le montant que chaque association va recevoir ?

   Complète : *4800* —(: **3**)→ **1600**

   Écris l'égalité : $\frac{4800}{3}$ = **1600**

   b) Comment retrouver le montant total récolté à partir du montant que recevra chaque association ?

   Complète : **4800** ←(. **3**)— *1600*

   Écris l'égalité : *4800* = *1600* . **3**

B. Enchaîner les opérations

En général, les maillons ne s'utilisent pas seuls. On a souvent besoin de plusieurs maillons successifs pour former des chaînes opératoires qui traduisent des situations de la vie courante. Voici un exemple.

La semaine dernière, Julien est allé au cinéma avec deux amis ; l'entrée était fixée à *6* €. Leur carte d'étudiant leur a permis d'obtenir *1* € de réduction par personne.

1. Que vont-ils payer pour les trois places ?

Complète : $6 \xrightarrow{-1} 5 \xrightarrow{.3} 15$

Écris l'égalité : $(6 - 1) . 3 = 15$

2. Comment retrouver le prix de l'entrée si tu connais le prix total payé et le montant de la réduction par personne ?

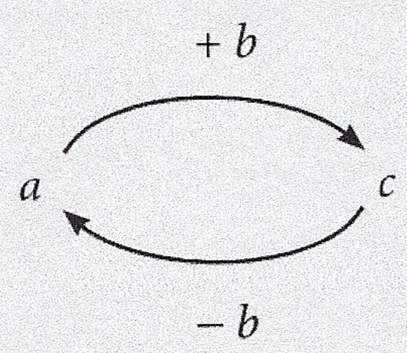
Complète : $6 \xleftarrow{+1} 5 \xleftarrow{:3} 15$

Écris l'égalité : $6 = \frac{15}{3} + 1$

Montage et démontage de chaînes d'opérations

Les chaînes d'opérations sont composées de deux types de maillons fondamentaux.

Le « **maillon addition** »

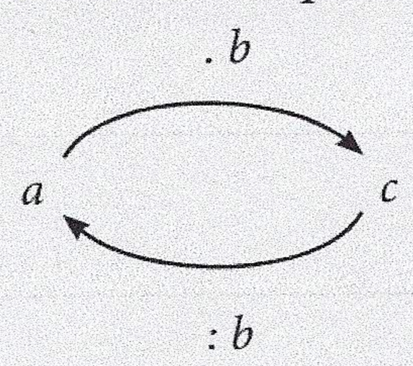


$a + b = c$

$\Updownarrow$

$a = c - b$

Le « **maillon multiplication** »



$a . b = c$

$\Updownarrow \quad (b \neq 0)$

$a = \frac{c}{b}$

Les maillons du **retour** constituent la **chaîne réciproque**.

Exercices

1. Écris les égalités correspondantes aux chaînes suivantes.

a) $a \xrightarrow{+3} 5$

$a + 3 = 5$

b) $b \xrightarrow{.4} 5$

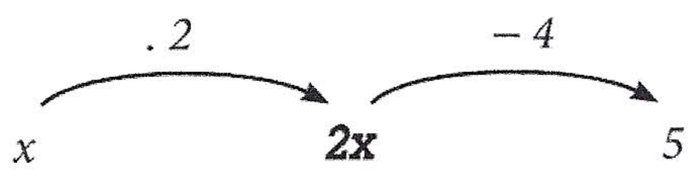
$b . 4 = 5$

c) $x \xrightarrow{+4} x + 4 \xrightarrow{.2} 14$

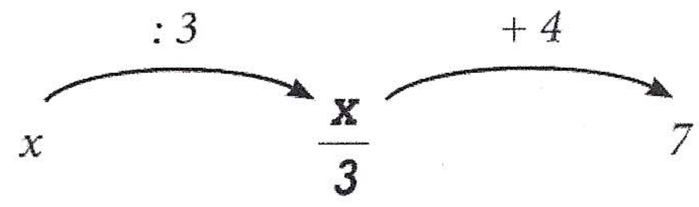
$(x + 4) . 2 = 14$

d) $a \xrightarrow{+3} a + 3 \xrightarrow{:2} 4$

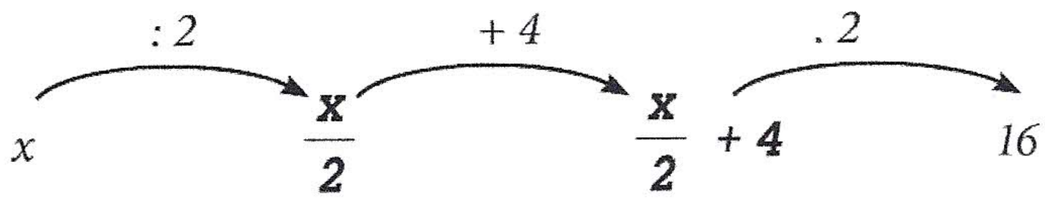
$\frac{(a + 3)}{2} = 4$

e) 

$2x - 4 = 5$

f) 

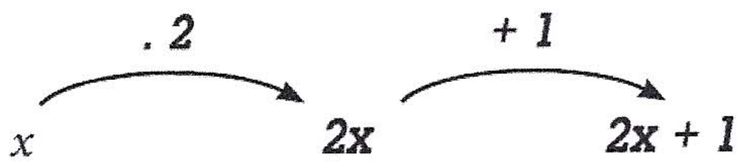
$\frac{x}{3} + 4 = 7$

g) 

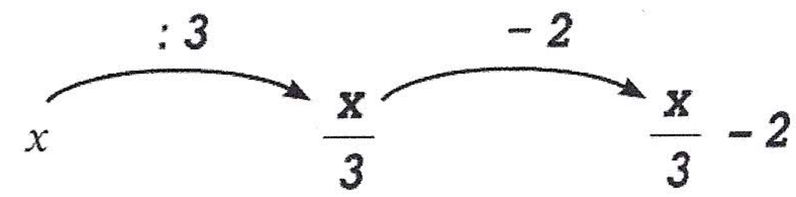
$\left(\frac{x}{2} + 4\right) . 2 = 16$

2. Décompose les expressions algébriques suivantes sous forme de chaînes opératoires en partant de x.

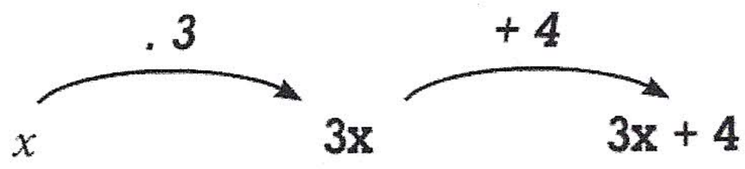
a) $2x + 1$



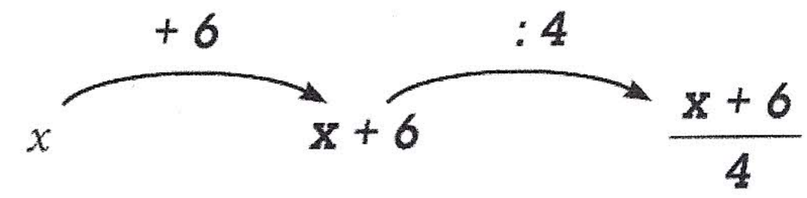
b) $\frac{x}{3} - 2$



c) $4 + 3x$



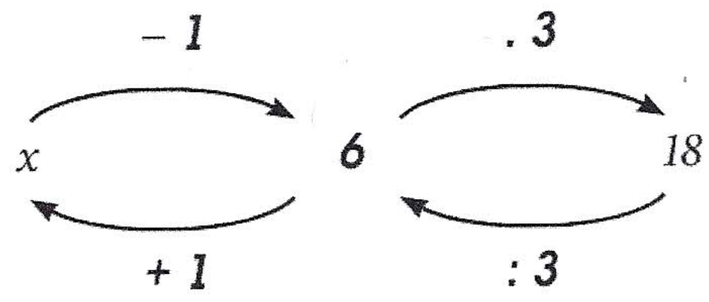
d) $\frac{6 + x}{4}$



Activité 7 – Chaînes et équations simples

Hier, à l'occasion du festival du film fantastique, Julien est retourné au cinéma avec ses *2* amis. Le prix d'entrée n'était pas affiché mais un écriteau signalait une remise de *1* € avec la carte d'étudiant. Cette fois, ils ont payé *18* €.

1. Si x désigne le prix hors réduction d'une place de cinéma, complète la chaîne ci-dessous.



2. Écris l'égalité correspondante à la chaîne commençant par x. $(x - 1) . 3 = 18$

3. Écris l'égalité correspondante à la chaîne réciproque et déduis-en la valeur de x.

$x = \frac{18}{3} + 1$

$x = 7$

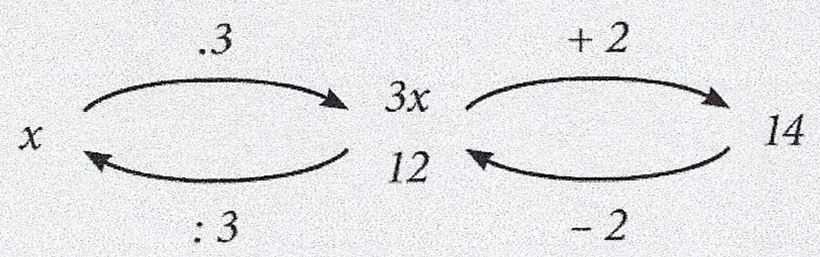
Chaînes et équations simples

A. Comment résoudre des équations « simples » en utilisant le principe des chaînes ?

- Construire une chaîne **commençant** par l'**inconnue**.
- Construire la **chaîne réciproque**.
- Calculer la valeur de l'inconnue en **lisant** la **chaîne réciproque** de droite à gauche.

Exemples :

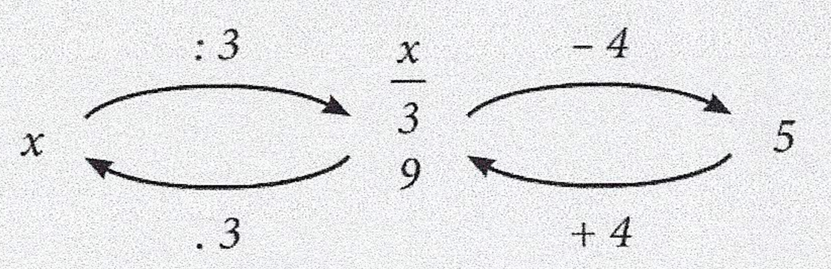
$3x + 2 = 14$ Chaîne



Calcul pour trouver x

$$x = \frac{14 - 2}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$\frac{x}{3} - 4 = 5$ Chaîne



Calcul pour trouver x

$x = (5 + 4) . 3 = 9 . 3 = 27$

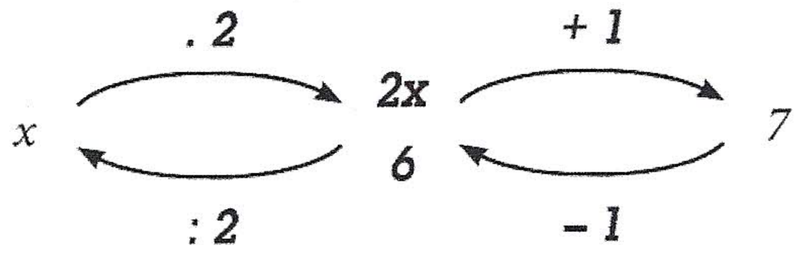
B. Remarque

Seules certaines équations élémentaires peuvent être résolues à l'aide des chaînes. Dans les autres équations, l'utilisation des principes d'équivalence est nécessaire.

Exercices

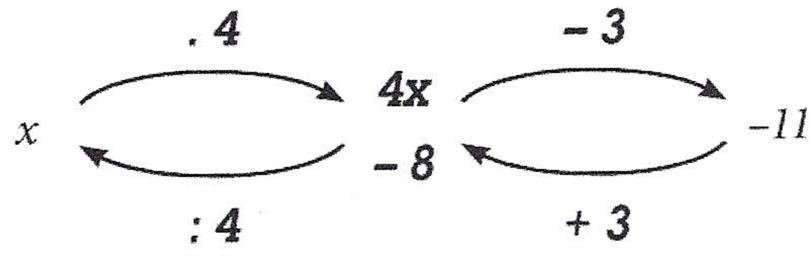
Résous les équations suivantes.

a) $2x + 1 = 7$



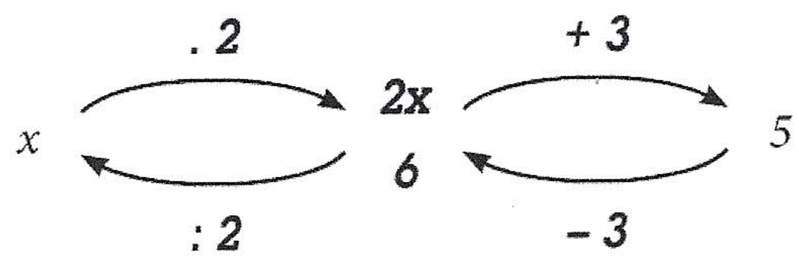
$$x = \frac{7 - 1}{2} = 3$$

b) $4x - 3 = -11$



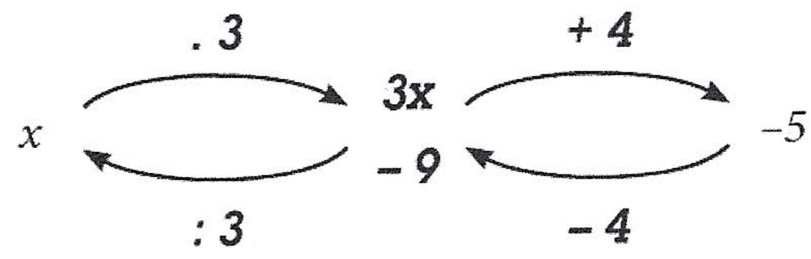
$$x = \frac{-11 + 3}{4} = -2$$

c) $3 + 2x = 5$



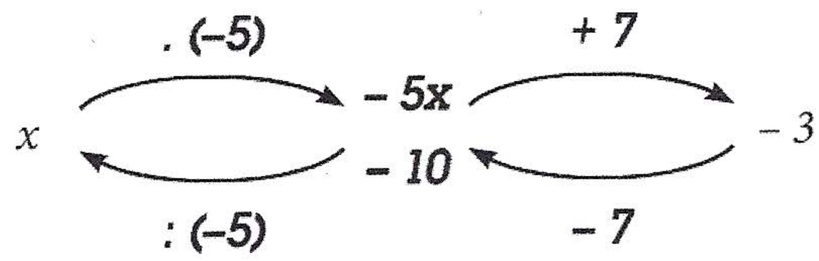
$$x = \frac{5 - 3}{2} = 1$$

d) $4 + 3x = -5$



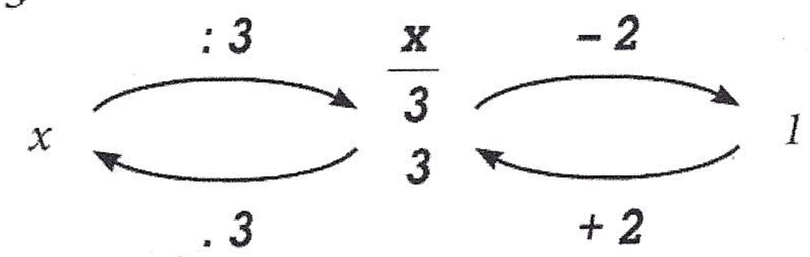
$$x = \frac{-5 - 4}{3} = -3$$

e) $7 - 5x = -3$



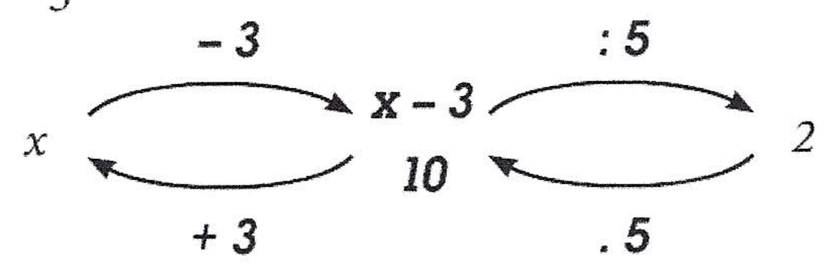
$$x = \frac{-3 - 7}{-5} = 2$$

f) $\frac{x}{3} - 2 = 1$



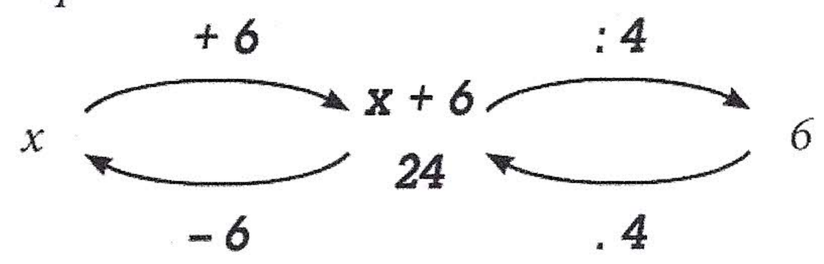
$$x = (1 + 2) . 3 = 9$$

g) $\frac{x-3}{5} = 2$



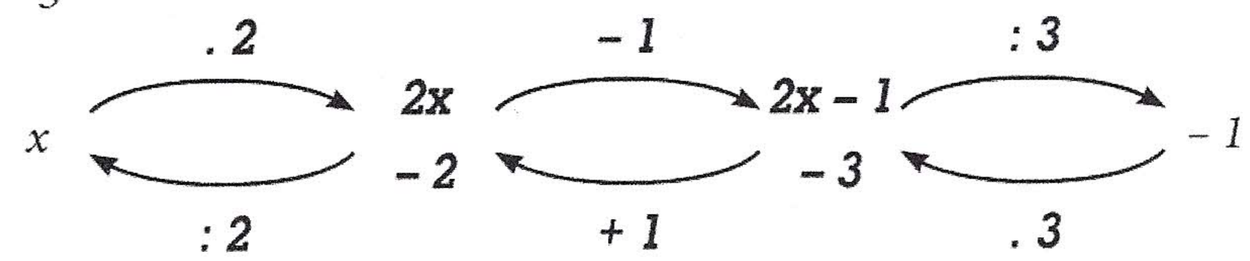
$x = 2 \,.\, 5 + 3 = 13$

h) $\frac{6+x}{4} = 6$



$x = 6 \,.\, 4 - 6 = 18$

i) $\frac{2x-1}{3} = -1$



$x = \frac{-1 \,.\, 3 + 1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

Activité 8 - Transformations de formules

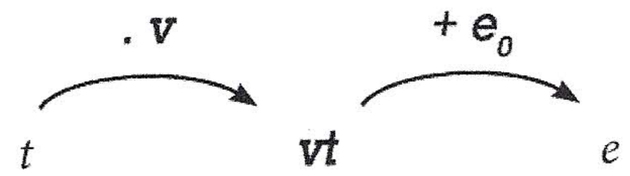
Un automobiliste, amoureux des autoroutes, a préparé par ordinateur un itinéraire de « balade » pour ce dimanche. La sortie Namur est indiquée au kilomètre *64* et celle de Liège au kilomètre *124* de son itinéraire. Sachant qu'il roule, grâce à son « Cruise Control » à la vitesse constante de *120* km/h, détermine le temps qu'il passera sur l'autoroute entre les *2* sorties.

La physique nous apprend que, si un mobile roule à une vitesse constante v, on peut connaître à tout moment sa position e en fonction de e_0 sa position au temps $t = 0$ et du temps écoulé t grâce à la formule $e = e_0 + v \,.\, t$

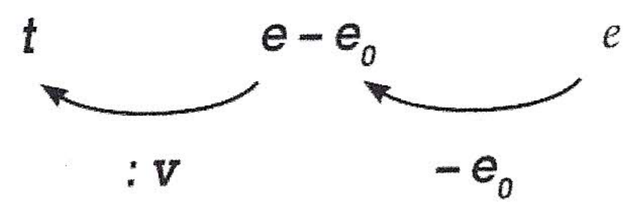
1. Isole t à l'aide des deux méthodes ci-dessous.

a) Utilisation des chaînes

Complète la chaîne suivante qui te permet de connaître la position du mobile en fonction du temps écoulé.



Construis la chaîne réciproque.



Détermine t en lisant la chaîne réciproque de droite à gauche. $t = \frac{e - e_0}{v}$

b) Utilisation des principes d'équivalence

Utilise les principes d'équivalence étudiés lors des quatre premières activités de ce chapitre pour isoler la variable t.

$e = e_0 + v \,.\, t$

$e - e_0 = v \,.\, t$

$\frac{e - e_0}{v} = t$

2. En utilisant la formule que tu viens d'établir, calcule le temps passé par l'automobiliste sur l'autoroute entre les sorties de Namur et Liège. $t = \frac{124 - 64}{120} = \frac{1}{2}$ h

Transformations de formules

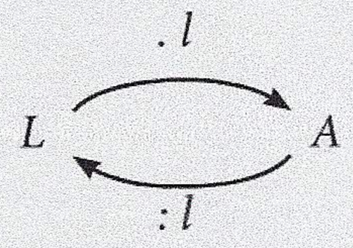
A. Comment isoler une variable dans une formule ?

1. En utilisant le principe des chaînes

- Construire une chaîne **commençant** par la **variable** à isoler.
- Construire la **chaîne réciproque**.
- Déterminer la valeur de la variable à isoler en **lisant** la **chaîne réciproque** de droite à gauche.

Exemple : Isoler la longueur L dans la formule de l'aire du rectangle $A = \boldsymbol{L} \,.\, l$ (l est la largeur du rectangle).

Chaîne



Calcul pour isoler L

$$L = \frac{A}{l}$$

2. En utilisant les principes d'équivalence

Les **principes d'équivalence** associés à l'**addition** et à la **multiplication** étudiés dans les résolutions d'équations restent d'application.

Exemple : Isoler la longueur L dans la formule de l'aire du rectangle $A = \boldsymbol{L} \,.\, l$ (l est la largeur du rectangle).

On divise les deux membres de l'égalité par l :

$$\frac{A}{l} = \frac{L \,.\, l}{l}$$

$$\frac{A}{l} = L$$

B. Remarque

Seules les formules où la variable à isoler apparaît une seule fois au numérateur et au premier degré peuvent être transformées à l'aide des chaînes.

Exercices

1. En utilisant la méthode de ton choix, isole la lettre en gras ($\boldsymbol{b}$).

$a\boldsymbol{b} = c$	$a + \boldsymbol{b} = c$	$a\boldsymbol{b} + c = d$	$a\boldsymbol{b} - c = 0$
$\boldsymbol{b} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{a}}$	$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{c} - \boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{ab} = \boldsymbol{d} - \boldsymbol{c}$	$\boldsymbol{ab} = \boldsymbol{c}$
		$\boldsymbol{b} = \frac{\boldsymbol{d} - \boldsymbol{c}}{\boldsymbol{a}}$	$\boldsymbol{b} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{a}}$
$\frac{\boldsymbol{b}}{a} = \frac{c}{d}$	$\boldsymbol{b} \,.\, (a + c) = d$	$\boldsymbol{b} - a = \frac{c}{d}$	$abc = d$
$\boldsymbol{b} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{d}} \,.\, \boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{b} = \frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}}$	$\boldsymbol{b} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{d}} + \boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{b} = \frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{ac}}$
$\boldsymbol{b} = \frac{\boldsymbol{ac}}{\boldsymbol{d}}$		$\boldsymbol{b} = \frac{\boldsymbol{c} + \boldsymbol{ad}}{\boldsymbol{d}}$	

$a \,.\, (b + c) = d$ $\quad$ $a - bc = d$ $\quad$ $b + \frac{a}{c} = d$ $\quad$ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

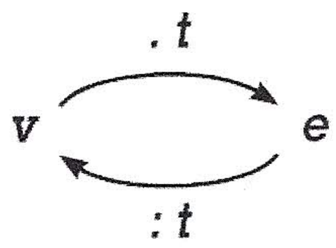
$b + c = \frac{d}{a}$ $\quad$ $a - d = bc$ $\quad$ $b = d - \frac{a}{c}$ $\quad$ $a \,.\, d = c \,.\, b$

$b = \frac{d}{a} - c$ $\quad$ $\frac{a - d}{c} = b$ $\quad$ $b = \frac{cd - a}{c}$ $\quad$ $\frac{ad}{c} = b$

$b = \frac{d - ac}{a}$

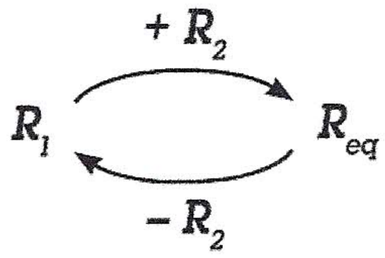
2. Isole la variable demandée en utilisant la méthode de ton choix.

a) La formule de l'espace parcouru (e) d'un mobile en mouvement rectiligne uniforme en fonction de sa vitesse (v) et du temps de parcours (t) est $e = v \,.\, t$. Isole v.



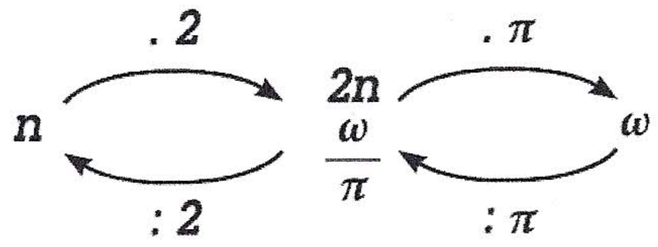
$v = \frac{e}{t}$

b) La formule de la résistance équivalente (R_{eq}) d'un circuit composé de deux résistances en série (R_1 et R_2) est $R_{eq} = R_1 + R_2$. Isole R_1.



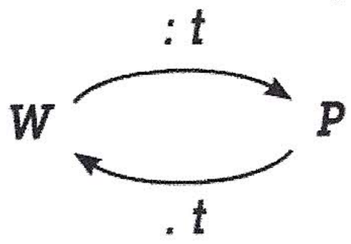
$R_1 = R_{eq} - R_2$

c) La formule de la vitesse angulaire d'un mobile (ω) en mouvement circulaire uniforme en fonction de sa fréquence (n) est $\omega = 2 \,.\, \pi \,.\, n$. Isole n.



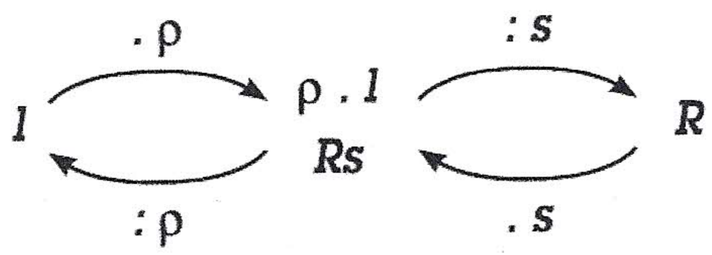
$n = \frac{\frac{\omega}{\pi}}{2} = \frac{\omega}{\pi} \frac{1}{2} = \frac{\omega}{2\pi}$

d) La formule de la puissance d'une force (P) en fonction de son travail (W) et de son temps d'action (t) est $P = \frac{W}{t}$. Isole W.



$W = P \,.\, t$

e) La formule de la résistance d'un fil conducteur (R) en fonction de sa longueur (l), de sa section (s) et de sa résistivité (ρ) est $R = \frac{\rho \,.\, l}{s}$. Isole l.



$l = \frac{R \,.\, s}{\rho}$