

Chapitre 8 • Les fractions

Activité 1 – Les fractions dans la vie courante

- a) La largeur des bandes magnétiques utilisées sur les magnétophones de studio est exprimée en pouces (1 pouce = 25,4 mm). Quelle est la largeur d'une bande magnétique de :



$\frac{1}{4}$ pouce ?

$\frac{1}{2}$ pouce ?

$\frac{3}{4}$ pouce ?

- b) Une course à pied de 10 000 m a lieu sur une piste de 400 m de longueur.

- 1) Quelle fraction de la course un athlète a-t-il parcourue au bout de :

1 tour de piste ?

5 tours de piste ?

- 2) Au bout de combien de tours est-il à mi-course ?

- c) On extrait une carte d'un jeu de 52 cartes. Écris sous forme d'une fraction irréductible la probabilité que la carte tirée soit :

1) la dame de trèfle :

2) un valet :

3) une carte rouge :

4) un roi noir :

147

Le nouvel Actimath est une œuvre protégée ; son « photocopillage » est interdit.



- d) Une rotation de 360° est une rotation d'un tour. Quelle fraction de tour correspond à une rotation :

de 30° ? de 270° ?

de 120° ? de 315° ?

de 45° ? de 60° ?



- e) Dans une serre, il y a 800 plantes parmi lesquelles 600 plantes à fleurs réparties de la manière suivante : 240 rosiers, 150 tulipes, 200 géraniums et des orchidées.

- 1) Quelle fraction du nombre de plantes représente

- le nombre de plantes à fleurs ?

- 2) Quelle fraction du nombre de plantes à fleurs représente le nombre

- de rosiers ? - de géraniums ?

- de tulipes ? - d'orchidées ?

- f) Un bricoleur a effectué quelques travaux dans sa maison. Il désire connaître, avec précision, le montant de ses dépenses. Aide-le à faire ses comptes !

$1\frac{1}{4}$ kg de couleur à 12,80 € le kg

9 rouleaux de papier peint à 18 € le rouleau

$2\frac{1}{2}$ l de white spirit à 0,90 € le litre

$15\frac{3}{4}$ m de lattes en bois à 2,80 € le m

200 g de clous à 3,20 € le kg

Total

Activité 2 – Revoilà les équations !

- a) Complète le tableau ci-dessous.

Équation	Solution	Vérification	Opération pour trouver la solution
$2x = 8$			
$3x = -6$			
$2x = 3$			
$10x = 7$			
$-2x = -12$			
$3x = 1$			
$3x = -2$			
$7x = 10$			
$9x = 5$			
$11x = -4$			
$7x = 15$			
$-9x = 6$			
$5x = 0$			
$-7x = -15$			
$-15x = 0$			
$12x = -8$			

b) Voici une série de fractions.

$$\frac{3}{7} \quad \frac{-3}{7} \quad \frac{3}{-7} \quad \frac{-3}{-7} \quad \frac{-3}{7} \quad \frac{-3}{-7} \quad \frac{-3}{7}$$

Les fractions positives sont :

Les fractions négatives sont :



c) Écris les fractions suivantes de la manière la plus simple possible.

$$\frac{12}{4} = \dots \quad \frac{15}{20} = \dots \quad \frac{-24}{36} = \dots$$

$$\frac{-20}{5} = \dots \quad \frac{-24}{18} = \dots \quad \frac{5}{-3} = \dots$$

$$\frac{8}{-2} = \dots \quad \frac{14}{-21} = \dots \quad \frac{27}{-27} = \dots$$

$$\frac{-39}{-13} = \dots \quad \frac{-20}{-30} = \dots \quad \frac{0}{-3} = \dots$$

$$\frac{-36}{54} = \dots \quad \frac{-25}{15} = \dots \quad \frac{-28}{-72} = \dots$$



d) Dans la série suivante, retrouve les fractions qui désignent le même nombre.
Note tes résultats sous forme d'égalités successives.

$$\frac{-14}{-3} \quad \frac{9}{7} \quad \frac{-12}{3} \quad \frac{-56}{-12} \quad \frac{-12}{4} \quad \frac{36}{-9} \quad \frac{28}{6} \quad \frac{36}{28} \quad -3 \quad -4 \quad \frac{-27}{-21} \quad \frac{36}{-12}$$

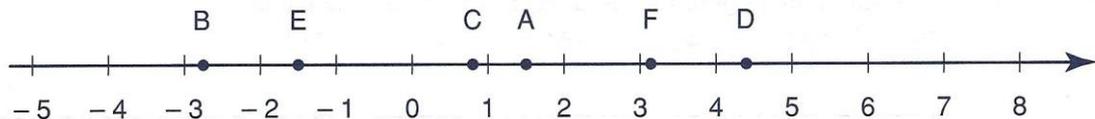
.....

.....

Activité 3 – Représentation de fractions

a) Voici dans le désordre les abscisses des points A, B, C, D, E et F :

$$\frac{22}{7}, \frac{3}{2}, \frac{4}{5}, \frac{-11}{4}, \frac{22}{5} \text{ et } \frac{-3}{2}$$



Retrouve l'abscisse de chaque point.

$$\text{abs } \dots = \frac{22}{7}$$

$$\text{abs } \dots = \frac{3}{2}$$

$$\text{abs } \dots = \frac{4}{5}$$

$$\text{abs } \dots = -\frac{11}{4}$$

$$\text{abs } \dots = \frac{22}{5}$$

$$\text{abs } \dots = \frac{-3}{2}$$



b) Détermine l'abscisse des points de la droite graduée suivante.



abs A = abs B = abs C =

abs D = abs E = abs F =

abs G = abs H = abs I =

abs J = abs K = abs L =

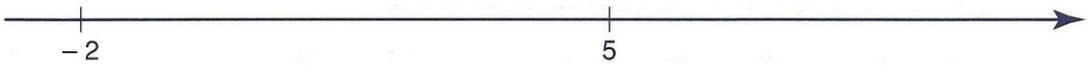
Note les abscisses négatives :

Note deux abscisses opposées : et

c) Sur la droite graduée ci-dessous, place les points A, B, C, D, E et F dont les abscisses respectives sont : $0,75$; $-\frac{3}{5}$; $-\frac{2}{8}$; $\frac{1}{3}$; $-0,8$; $\frac{18}{15}$



d) Retrouve le repère (0;1) de chaque droite et place le point X d'abscisse $-\frac{1}{2}$



Activité 4 – Encadrement de fractions



a) 1) Place sur la droite graduée ci-dessous les nombres suivants :

3,8 4,3 4,7 5,1 4,85 4,12



2) Place sur la droite graduée ci-dessous les nombres suivants :

7,39 7,43 7,49 7,51 7,415 7,467



3) Place sur la droite graduée ci-dessous les nombres suivants :

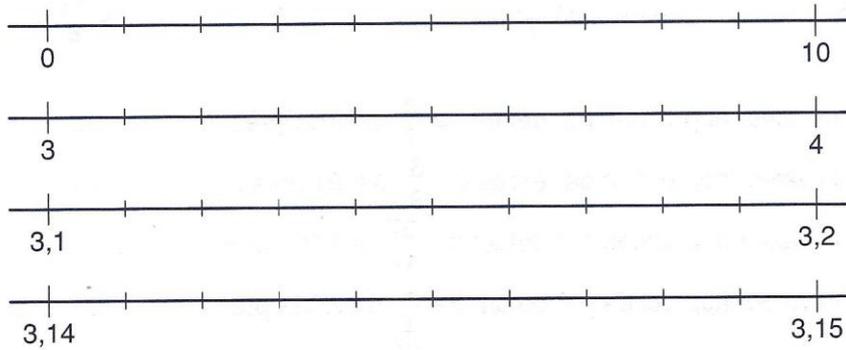
1,219 1,225 1,228 1,231 1,2225 1,2271





b) 1) Écris la fraction $\frac{22}{7}$ sous forme d'un nombre décimal : $\frac{22}{7} = \dots\dots\dots$

En utilisant les différents repères des droites ci-dessous, place, le plus exactement possible, le point X d'abscisse $\frac{22}{7}$.



2) Complète par < ou >.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{22}{7} \dots\dots 3 \\ \frac{22}{7} \dots\dots 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 \dots\dots \frac{22}{7} \dots\dots 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{22}{7} \dots\dots 3,15 \\ \frac{22}{7} \dots\dots 3,14 \end{array} \right\} \Rightarrow 3,14 \dots\dots \frac{22}{7} \dots\dots 3,15$$

151

$$\left. \begin{array}{l} \frac{22}{7} \dots\dots 3,2 \\ \frac{22}{7} \dots\dots 3,1 \end{array} \right\} \Rightarrow 3,1 \dots\dots \frac{22}{7} \dots\dots 3,2$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{22}{7} \dots\dots 3,142 \\ \frac{22}{7} \dots\dots 3,143 \end{array} \right\} \Rightarrow 3,142 \dots\dots \frac{22}{7} \dots\dots 3,143$$



Les nombres 3 ; 3,1 ; 3,14 ; 3,142 sont

Les nombres 4 ; 3,2 ; 3,15 ; 3,143 sont

c) Complète les encadrements des nombres a et b.

$a = 3,1415926 \dots$
(nombre π)

$b = 1,6180339 \dots$
(nombre d'or)

à 1 près < a <

à 0,1 près < a <

à 0,01 près < a <

à 0,001 près < a <

à 0,0001 près < a <

Certains affirment que le nombre π est égal à $\frac{22}{7}$. Qu'en penses-tu ?

.....
.....

d) Encadre les fractions suivantes par leurs valeurs approchées.



à 0,1 près < $\frac{4}{9}$ < < $\frac{27}{13}$ <
à 1 près < $\frac{40}{11}$ < < $\frac{7}{12}$ <
à 0,001 près < $\frac{41}{9}$ < < $\frac{12}{17}$ <
à 0,01 près < $\frac{13}{7}$ < < $\frac{21}{8}$ <

e) Détermine la valeur approchée par défaut de $\frac{3}{7}$ à 0,001 près :



Détermine la valeur approchée par excès de $\frac{3}{8}$ à 0,01 près :

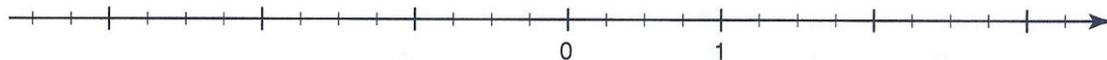
Détermine la valeur approchée par défaut de $\frac{37}{12}$ à 0,001 près :

Détermine la valeur approchée par défaut de $\frac{4}{3}$ à 0,0001 près :

Détermine la valeur approchée par excès de $\frac{13}{6}$ à 0,01 près :

Détermine la valeur approchée par excès de $\frac{19}{13}$ à 0,1 près :

f) Repère les points d'abscisses $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{2}$, $-\frac{3}{4}$ et $-\frac{5}{2}$ sur la droite graduée.



Encadre chaque fraction par deux entiers consécutifs.

..... < $\frac{3}{4}$ < < $\frac{5}{2}$ <
..... < $-\frac{3}{4}$ < < $-\frac{5}{2}$ <

g) Si tu sais que $\frac{15}{7} = 2,142\ 857 \dots$, encadre les fractions suivantes par leurs valeurs approchées.



à l'unité près < $\frac{15}{7}$ < < $-\frac{15}{7}$ <
----------------	--------------------------------	---------------------------------

à 0,01 près < $\frac{15}{7}$ < < $-\frac{15}{7}$ <
-------------	--------------------------------	---------------------------------

à 0,001 près < $\frac{15}{7}$ < < $-\frac{15}{7}$ <
--------------	--------------------------------	---------------------------------

h) Encadre les fractions suivantes par leurs valeurs approchées.



à 0,1 près < $-\frac{11}{13}$ < < $-\frac{23}{6}$ <
------------	----------------------------------	---------------------------------

à 0,01 près < $-\frac{65}{56}$ < < $-\frac{14}{33}$ <
-------------	----------------------------------	----------------------------------

à 0,001 près < $-\frac{73}{19}$ < < $-\frac{103}{41}$ <
--------------	----------------------------------	-----------------------------------

Activité 5 – Comparaison de fractions

- a) À l'issue d'un tournoi de volley-ball, les cinq premières équipes ont obtenu les résultats suivants :

Équipes	Points	Sets gagnés	Sets perdus
A	8	20	17
B	8	22	16
C	8	19	17
D	8	18	19
E	8	22	17

Le règlement précise : "Lorsque des équipes ont le même nombre de points, pour les départager, on calcule le rapport entre le nombre de sets gagnés et le nombre de sets perdus : le plus grand quotient obtient le meilleur classement."

- 1) Comment peux-tu expliquer les remarques des trois élèves suivants ?

Arnaud : "Il est facile, sans faire de calcul, d'établir le classement pour les équipes A, C et E."

Justification :

.....

Barbara : "Moi, sans calculatrice, je peux classer les équipes B et E."

Justification :

.....

Cédric : "Moi aussi, sans faire de calcul, je peux classer les équipes C et D."

Justification :

.....

- 2) En utilisant les affirmations des trois élèves, établis le classement final.

.....

.....

.....

- 3) Établis le classement en t'aidant de ta calculatrice.

.....

.....

.....

.....



- b) Les règles que tu viens de découvrir à l'exercice précédent sont valables pour des fractions positives. En utilisant les exercices ci-dessous, vérifie si elles sont valables pour des fractions négatives en complétant par < ou >.

$$\frac{-4}{7} \dots\dots\dots \frac{-3}{7}$$

$$\frac{-5}{7} \dots\dots\dots \frac{-5}{9}$$

$$\frac{4}{-7} \dots\dots\dots \frac{3}{-7}$$

$$\frac{5}{-7} \dots\dots\dots \frac{5}{-9}$$

.....

.....

.....

.....

- c) Complète par < ou > et justifie d'abord en utilisant ta calculatrice, ensuite sans calculatrice.



1) $\frac{7}{6} \dots\dots\dots \frac{4}{3}$ car

$\frac{7}{6} \dots\dots\dots \frac{4}{3}$ car

2) $\frac{9}{7} \dots\dots\dots \frac{14}{11}$ car

$\frac{9}{7} \dots\dots\dots \frac{14}{11}$ car



- d) Complète par < , = ou >.

$$\frac{8}{7} \dots\dots\dots \frac{10}{7}$$

$$\frac{16}{2} \dots\dots\dots \frac{48}{6}$$

$$\frac{-3}{-11} \dots\dots\dots \frac{5}{2}$$

$$\frac{3}{4} \dots\dots\dots \frac{3}{9}$$

$$\frac{4}{-9} \dots\dots\dots \frac{4}{-10}$$

$$\frac{-5}{6} \dots\dots\dots \frac{-5}{3}$$

$$\frac{14}{21} \dots\dots\dots \frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{5} \dots\dots\dots \frac{11}{15}$$

$$\frac{-8}{7} \dots\dots\dots \frac{-3}{4}$$

$$\frac{30}{-25} \dots\dots\dots \frac{-11}{25}$$

$$\frac{-11}{10} \dots\dots\dots \frac{-9}{10}$$

$$\frac{-3}{12} \dots\dots\dots \frac{1}{-4}$$

$$\frac{10}{7} \dots\dots\dots \frac{-15}{7}$$

$$\frac{3}{-7} \dots\dots\dots \frac{10}{7}$$

$$\frac{-4}{16} \dots\dots\dots \frac{3}{8}$$

- e) Dans l'école de Pierre, 30 % des professeurs font du jogging, $\frac{2}{5}$ jouent au football, $\frac{1}{3}$ jouent au tennis et $\frac{1}{4}$ font de la photo. Dans quelle activité y a-t-il le plus de professeurs ?

.....

.....

.....

.....

Activité 6 – Égalité de fractions

- a) Un groupe d'élèves a été chargé de déterminer l'épaisseur d'une feuille d'un dictionnaire.

Voici les résultats de leurs mesures :

Cédric	500 feuilles	34 mm
Nathalie	300 feuilles	21 mm
Pierre	570 feuilles	4 cm
Arnaud	200 feuilles	14 mm
Jennifer	420 feuilles	3 cm
Gilles	400 feuilles	28 mm

- 1) Avec ces mesures, peux-tu dire si certains d'entre eux ont trouvé la même épaisseur de feuille ? Essaie de répondre sans utiliser ta calculatrice.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

155

- 2) Complète par = ou \neq et justifie.

$$\frac{14}{200} \dots\dots \frac{28}{400}$$

.....

.....

$$\frac{28}{400} \dots\dots \frac{21}{300}$$

.....

.....

$$\frac{34}{500} \dots\dots \frac{14}{200}$$

.....

.....

$$\frac{30}{420} \dots\dots \frac{40}{570}$$

.....

.....

- b) Les fractions suivantes sont-elles égales ? Est-il possible de répondre sans calculatrice ?

$$\frac{281}{136} \text{ et } \frac{421}{205}$$

.....

.....

$$\frac{87}{116} \text{ et } \frac{111}{148}$$

.....

.....

$$\frac{273}{126} \text{ et } \frac{902}{414}$$

.....

.....



c) Complète par = ou ≠.

$$\frac{14}{6} \dots\dots \frac{21}{9} \qquad \frac{-7}{20} \dots\dots \frac{-11}{30} \qquad \frac{-7}{5} \dots\dots \frac{-28}{20} \qquad \frac{72}{132} \dots\dots \frac{77}{121}$$

$$\frac{-8}{6} \dots\dots \frac{-4}{3} \qquad \frac{-9}{-20} \dots\dots \frac{27}{60} \qquad \frac{-13}{15} \dots\dots \frac{65}{-75} \qquad \frac{3}{7} \dots\dots \frac{39}{91}$$

$$\frac{-9}{12} \dots\dots \frac{11}{-15} \qquad \frac{18}{-4} \dots\dots \frac{-27}{6} \qquad \frac{-16}{24} \dots\dots \frac{-11}{30} \qquad \frac{65}{101} \dots\dots \frac{55}{91}$$

d) Trouve la valeur de l'entier x qui vérifie chaque égalité.

$$\frac{x}{30} = \frac{-3}{10} \Rightarrow x = \dots\dots \qquad \frac{14}{16} = \frac{x}{24} \Rightarrow x = \dots\dots$$

$$\frac{-5}{6} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = \dots\dots \qquad \frac{-7}{x} = \frac{-28}{8} \Rightarrow x = \dots\dots$$

$$\frac{15}{10} = \frac{-21}{x} \Rightarrow x = \dots\dots \qquad \frac{-4}{16} = \frac{x}{24} \Rightarrow x = \dots\dots$$

134
E

156

e) Complète les égalités suivantes.

$$\frac{5}{\dots\dots} = -1 \qquad \frac{\dots\dots}{7} = 0 \qquad \frac{-6}{\dots\dots} = -1 \qquad \frac{\dots\dots}{1} = \dots\dots$$

$$\frac{-4}{\dots\dots} = 1 \qquad \frac{4}{\dots\dots} = 4 \qquad \frac{\dots\dots}{7} = 1 \qquad \frac{\dots\dots}{-8} = 0$$

Complète les phrases suivantes.

Une fraction est nulle si

Une fraction est égale à 1 si

Une fraction est égale à -1 si

Une fraction est égale à son numérateur si

135
F

f) Détermine rapidement l'entier que représente le nombre a.

$$\frac{a}{9} = 1 \Rightarrow a = \dots\dots \qquad \frac{a}{1} = 15 \Rightarrow a = \dots\dots$$

$$\frac{-6}{a} = 1 \Rightarrow a = \dots\dots \qquad \frac{a}{1} = -19 \Rightarrow a = \dots\dots$$

$$\frac{a}{7} = 0 \Rightarrow a = \dots\dots \qquad \frac{-14}{a} = -1 \Rightarrow a = \dots\dots$$



g) Détermine, en notant ton raisonnement, l'entier que représente le nombre a.

$$\frac{a-3}{4} = 0 \Rightarrow \dots\dots\dots$$

$$\frac{a+5}{3} = 1 \Rightarrow \dots\dots\dots$$

$$\frac{a-2}{1} = 10 \Rightarrow \dots\dots\dots$$

$$\frac{a-6}{5} = -1 \Rightarrow \dots\dots\dots$$

$$\frac{2a-6}{5} = 0 \Rightarrow \dots\dots\dots$$

$$\frac{3a+12}{7} = 0 \Rightarrow \dots\dots\dots$$

$$\frac{-2a+3}{5} = 1 \Rightarrow \dots\dots\dots$$

h) Que penses-tu de la fraction $\frac{12}{0}$?

À quelle condition une fraction existe-t-elle ?

.....

i) Dans chacune des fractions suivantes, x désigne n'importe quel nombre entier sauf un; lequel ?

$$\frac{3}{x} \quad \dots\dots\dots \quad \frac{1}{2-x} \quad \dots\dots\dots \quad \frac{5}{2x+4} \quad \dots\dots\dots$$

$$\frac{2}{3x} \quad \dots\dots\dots \quad \frac{1}{-1-x} \quad \dots\dots\dots \quad \frac{x+2}{3x-15} \quad \dots\dots\dots$$

$$\frac{7}{x-5} \quad \dots\dots\dots \quad \frac{3}{x+7} \quad \dots\dots\dots \quad \frac{2x+7}{-5x+20} \quad \dots\dots\dots$$

Des exemples à ne pas suivre !

Il n'est pas toujours facile de simplifier une fraction lorsque les termes de celle-ci sont de grands nombres ou des nombres comprenant des diviseurs peu commodes à trouver.

Toutefois, certaines fractions particulières se simplifient aisément !

$$\frac{19\ 999}{99\ 995} = \frac{1999}{9995} = \frac{199}{995} = \frac{19}{95} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{16\ 666}{66\ 664} = \frac{1666}{6664} = \frac{166}{664} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$$

Activité 7 – Simplification de fractions

- a) Complète la phrase suivante.

Pour rendre une fraction irréductible, il suffit de

.....



- b) Rends les fractions ci-dessous irréductibles. Veille à rendre positif le dénominateur de chaque fraction.

$$\frac{12}{9} = \dots \quad \frac{81}{90} = \dots \quad \frac{-350}{650} = \dots \quad \frac{36}{252} = \dots$$

$$\frac{-9}{-6} = \dots \quad \frac{-17}{-85} = \dots \quad \frac{150}{-420} = \dots \quad \frac{112}{-26} = \dots$$

$$\frac{8}{-6} = \dots \quad \frac{-45}{60} = \dots \quad \frac{-126}{-81} = \dots \quad \frac{10}{-30} = \dots$$

$$\frac{-15}{3} = \dots \quad \frac{30}{-45} = \dots \quad \frac{121}{-55} = \dots \quad \frac{144}{-28} = \dots$$



158

- c) Simplifie, quand c'est possible, les fractions suivantes. Tu peux éventuellement calculer pour vérifier.

$$\frac{6+4}{66+4} = \dots \quad \frac{20+30}{10} = \dots \quad \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 3 \cdot 5} = \dots$$

$$\frac{121+11}{143-11} = \dots \quad \frac{21+30}{10} = \dots \quad \frac{3^3}{3^5} = \dots$$

$$\frac{6 \cdot 7}{7 \cdot 13} = \dots \quad \frac{20 \cdot 30}{10} = \dots \quad \frac{2 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 3} = \dots$$

$$\frac{4+3}{9+6} = \dots \quad \frac{21 \cdot 30}{10} = \dots \quad \frac{11^2 \cdot 6}{5 \cdot 11} = \dots$$

$$\frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 6} = \dots \quad \frac{20+30}{10+30} = \dots \quad \frac{5^3 \cdot 2 \cdot 7}{5^5 \cdot 3} = \dots$$

Dans les exercices suivants, les lettres représentent des entiers et les dénominateurs sont non nuls.

- d) Rends irréductibles les fractions ci-dessous.

$$\frac{3b}{7b} = \dots \quad \frac{-3x}{4x} = \dots \quad \frac{-15ab}{-30ac} = \dots$$

$$\frac{16a}{8a} = \dots \quad \frac{-a}{2a} = \dots \quad \frac{14xy}{35x} = \dots$$

$$\frac{abc}{abd} = \dots \quad \frac{12ab}{8a} = \dots \quad \frac{-6ab}{9a} = \dots$$

e) Rends irréductibles les fractions suivantes après avoir décomposé les puissances en produits de facteurs égaux.

$$\frac{a^5}{a^3} = \dots\dots\dots \quad \frac{a \cdot b^5}{a^3 \cdot b^3} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{b^3}{b^5} = \dots\dots\dots \quad \frac{8 \cdot a^3 \cdot b^2}{8 \cdot a^3 \cdot b^3} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{a^5 \cdot b^2}{a^3 \cdot b^4} = \dots\dots\dots \quad \frac{9 \cdot a \cdot b^2}{15 \cdot a^3 \cdot b} = \dots\dots\dots$$

f) Rends irréductibles les fractions suivantes.

$$\frac{a^4 b^3}{a^3 b^5} = \dots\dots\dots \quad \frac{-9x^2}{12x^5} = \dots\dots\dots \quad \frac{8ab^3}{16a^3 b^2} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{7a^3}{7a^7} = \dots\dots\dots \quad \frac{-12b}{-16b^3} = \dots\dots\dots \quad \frac{-15a^2 b^2}{3ab} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{16a^4}{24a^3} = \dots\dots\dots \quad \frac{18ab^3}{21a^3 b^4} = \dots\dots\dots \quad \frac{24a^2 b^3}{6ab^2} = \dots\dots\dots$$

g) Si cela est possible, rends irréductibles les fractions suivantes.

$$\frac{a+b}{a \cdot b} = \dots\dots\dots \quad \frac{5a-b}{10a} = \dots\dots\dots \quad \frac{3a+3b}{3} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{a \cdot b}{b \cdot c} = \dots\dots\dots \quad \frac{5ab}{10a} = \dots\dots\dots \quad \frac{3a \cdot 3b}{3} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{a+d}{d+b} = \dots\dots\dots \quad \frac{3a+2a}{6} = \dots\dots\dots \quad \frac{1-a}{2-2a} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{5+x}{7+x} = \dots\dots\dots \quad \frac{2a+b}{a+2b} = \dots\dots\dots \quad \frac{4a+2b}{6} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{5x}{7x} = \dots\dots\dots \quad \frac{12a}{25b} = \dots\dots\dots \quad \frac{4a \cdot 2b}{6} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{a \cdot b \cdot c}{b \cdot c} = \dots\dots\dots \quad \frac{a+b+c}{b+c} = \dots\dots\dots \quad \frac{4a+2b}{6a+2b} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{2a+b}{2a} = \dots\dots\dots \quad \frac{5xy}{5x} = \dots\dots\dots \quad \frac{4a+2b}{6a+3b} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{a \cdot (b+c)}{b \cdot (b+c)} = \dots\dots\dots \quad \frac{6x \cdot (x-y)}{9x \cdot (x-y)} = \dots\dots\dots \quad \frac{5ab+3ab}{2a} = \dots\dots\dots$$

Fractions décimales

Stevin (1548-1620), mathématicien originaire de Bruges, eut l'idée d'étendre le système de numération de position aux fractions dites décimales.

Dans son ouvrage *De thiende*, écrit en néerlandais et traduit en français (1596) sous le titre de *La Disme*, il explique sa manière de noter les fractions décimales.

Décomposition de Stevin

$$\frac{35\ 624}{1000} = 35 + \frac{600}{1000} + \frac{20}{1000} + \frac{4}{1000} = 35 + \frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{4}{1000}$$

Notation

$$\frac{35\ 624}{1000} = 35(0)\ 6(1)\ 2(2)\ 4(3)$$

Signification

$$\frac{35\ 624}{1000} \text{ vaut } 35 \text{ Commencements } 6 \text{ Primes } 2 \text{ Secondes } 4 \text{ Tierces}$$

160

Avouons que cette notation n'était pas très simple, mais elle marqua le début de la notation des fractions décimales en nombres... décimaux. Voici repris ci-dessous quelques évolutions de cette notation.

$$\text{Jost Bürgi (Suisse - 1592)} \quad \frac{35\ 624}{1000} = 35\ 624$$

$$\text{Magnini (Italien - 1592)} \quad \frac{35\ 624}{1000} = 35 . 624$$

$$\text{Snellius (Hollandais - 1605)} \quad \frac{35\ 624}{1000} = 35,624$$

La notation de Stevin est compliquée mais si nous la comparons à la notation actuelle faisant intervenir les puissances de 10, elle semble moins bizarre car apparaissent également les nombres 1, 2 et 3 (exposants affectés du signe moins).

$$\frac{35\ 624}{1000} = 35 + \frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{4}{1000} = 35 + 6 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-3}$$

Dans notre système décimal ainsi achevé, nous pouvons noter "simplement" n'importe quel nombre en utilisant les puissances de 10.

$$31\ 987,654 = 3 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-3}$$

Dans l'exemple cité ci-dessus, le zéro utilisé par Stevin réapparaît tout naturellement comme exposant de la puissance de 10 multipliant le chiffre 7 ($10^0 = 1$).

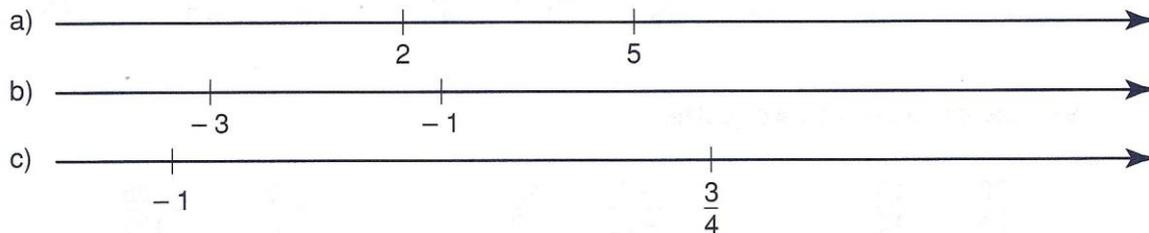
Exercices complémentaires

Série A

- 1) Choisis le bon repère pour représenter, sur une même droite graduée, les points dont tu connais les abscisses.

$$\begin{array}{llll} \text{abs A} = \frac{1}{2} & \text{abs B} = \frac{1}{3} & \text{abs C} = \frac{-1}{2} & \text{abs D} = \frac{-1}{6} \\ \text{abs E} = \frac{5}{6} & \text{abs F} = \frac{-2}{3} & \text{abs G} = \frac{-7}{6} & \text{abs H} = \frac{4}{3} \end{array}$$

- 2) Retrouve le repère (0;1) de chaque droite et place le point X d'abscisse $-\frac{1}{2}$.



- 3) Sur une droite graduée, choisis le repère qui convient le mieux pour situer les fractions $-\frac{7}{6}$ et $\frac{13}{6}$; place-les sur la droite et encadre-les par deux entiers consécutifs.

161

- 4) Encadre les fractions par deux entiers consécutifs.

$$\begin{array}{lll} \dots < \frac{5}{4} < \dots & \dots < \frac{9}{2} < \dots & \dots < \frac{17}{3} < \dots \\ \dots < \frac{1}{3} < \dots & \dots < \frac{-3}{2} < \dots & \dots < \frac{-13}{3} < \dots \\ \dots < \frac{-11}{5} < \dots & \dots < \frac{-7}{3} < \dots & \dots < \frac{1}{4} < \dots \\ \dots < \frac{-1}{3} < \dots & \dots < \frac{-7}{2} < \dots & \dots < \frac{-57}{12} < \dots \end{array}$$

- 5) Voici une série de fractions : $\frac{3}{7}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{17}{6}$ $\frac{63}{19}$ $\frac{15}{9}$

- a) Détermine leur valeur approchée par défaut à l'unité, au dixième, au centième et au millièmè près.
- b) Détermine leur valeur approchée par excès à l'unité, au dixième, au centième et au millièmè près.

- 6) Classe les nombres suivants par ordre croissant.

a) 0 1 $\frac{3}{9}$ 0,3 0,315 $\frac{31}{100}$

b) $\frac{22}{7}$ π 3,1416 $\frac{19}{6}$ $\frac{31}{10}$ 3,141 592

c) $\frac{7}{6}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{7}{2}$ $\frac{7}{9}$

- 7) Sans calculatrice, compare les nombres.

$$\begin{array}{lll} \frac{2}{3} \text{ et } \frac{5}{6} & \frac{8}{15} \text{ et } \frac{15}{8} & \frac{15}{13} \text{ et } \frac{19}{29} \\ \frac{13}{14} \text{ et } \frac{13}{15} & \frac{15}{13} \text{ et } \frac{-15}{14} & -\frac{12}{7} \text{ et } \frac{-11}{7} \end{array}$$

8) Complète par <, > ou =.

a) $\frac{7}{5} \dots \frac{7}{4}$	b) $\frac{5}{7} \dots \frac{7}{9}$	c) $\frac{-2}{3} \dots \frac{-2}{5}$	d) $\frac{-8}{12} \dots \frac{12}{-18}$	e) $\frac{6}{15} \dots \frac{-10}{-25}$
$\frac{2}{9} \dots \frac{4}{9}$	$\frac{35}{21} \dots \frac{10}{6}$	$\frac{-7}{4} \dots \frac{-5}{4}$	$\frac{-5}{7} \dots \frac{-9}{11}$	$\frac{7}{-5} \dots \frac{-5}{7}$
$\frac{8}{6} \dots \frac{4}{3}$	$\frac{9}{14} \dots \frac{9}{13}$	$\frac{-4}{3} \dots \frac{-3}{4}$	$\frac{-1}{3} \dots \frac{-8}{25}$	$\frac{-4}{-5} \dots \frac{19}{24}$
$\frac{6}{9} \dots \frac{10}{15}$	$\frac{25}{12} \dots \frac{15}{8}$	$\frac{-8}{3} \dots \frac{-5}{4}$	$\frac{14}{-21} \dots \frac{-3}{2}$	$\frac{-37}{19} \dots \frac{-25}{12}$
$\frac{17}{14} \dots \frac{14}{17}$	$\frac{21}{19} \dots \frac{17}{15}$	$\frac{-1}{3} \dots \frac{-1}{4}$	$\frac{-4}{-5} \dots \frac{-2}{-3}$	$\frac{-18}{-27} \dots \frac{10}{15}$

9) Complète par = ou \neq et justifie.

$\frac{20}{24} \dots \frac{15}{18}$	$\frac{-3}{-10} \dots \frac{12}{40}$	$-\frac{5}{4} \dots -\frac{125}{100}$
$\frac{-4}{-7} \dots \frac{12}{28}$	$-\frac{-7}{-8} \dots -\frac{10}{12}$	$\frac{16}{60} \dots \frac{4}{15}$

162

10) Quel entier représente a dans les égalités suivantes ?

a) $\frac{a}{5} = 0$	$\frac{a}{1} = 7$	$\frac{4}{a} = 1$	$\frac{a}{1} = -10$	$\frac{a}{7} = 1$
b) $\frac{a+8}{10} = 1$	$\frac{a+5}{2} = 0$	$\frac{a+4}{4} = 1$	$\frac{a-4}{7} = 1$	$\frac{25-a}{3} = 0$
c) $\frac{a-12}{4} = 1$	$\frac{5+a}{3} = -1$	$\frac{-a-13}{20} = 0$	$\frac{5-a}{4} = 1$	$\frac{-a+5}{2} = -1$
d) $\frac{3a-2}{4} = 1$	$\frac{5a+7}{3} = -1$	$\frac{2a-6}{5} = 0$	$\frac{3-2a}{5} = 1$	$\frac{-4a-3}{-9} = -1$

11) Dans chacune des expressions suivantes, x désigne n'importe quel entier, sauf un; lequel ?

$\frac{4}{x}$	$\frac{3}{x+1}$	$\frac{2}{x-2}$	$\frac{3}{2x}$	$\frac{1}{10-x}$	$\frac{1}{-x-4}$
---------------	-----------------	-----------------	----------------	------------------	------------------

12) Calcule l'entier x dans chacun des cas suivants.

a) $\frac{6}{10} = \frac{x}{20}$	$\frac{25}{-30} = \frac{-50}{x}$	$\frac{15}{x} = \frac{15}{-4}$	$\frac{5}{13} = \frac{x}{65}$	$\frac{x}{21} = \frac{2}{-7}$
b) $\frac{-x}{21} = \frac{2}{-7}$	$\frac{6}{x} = \frac{15}{25}$	$\frac{x}{-16} = \frac{-5}{16}$	$\frac{-24}{18} = \frac{x}{12}$	$\frac{-x}{25} = \frac{8}{10}$
c) $\frac{-34}{51} = \frac{x}{-9}$	$\frac{-x}{7} = \frac{-12}{21}$	$\frac{-56}{48} = \frac{21}{-x}$	$\frac{100}{-16} = \frac{75}{x}$	$\frac{10}{-125} = \frac{x}{100}$

13) Regroupe les fractions égales.

$$\frac{-3}{9}, \frac{4}{5}, \frac{-1}{3}, \frac{500}{1500}, \frac{-15}{-35}, \frac{15}{45}, \frac{-18}{54}, \frac{120}{150}, \frac{16}{20}, \frac{24}{56}$$

14) Détermine les entiers a, b, c et d pour que les fractions suivantes soient égales.

$$\frac{a}{-15} = \frac{3}{b} = \frac{18}{30} = \frac{-21}{c} = \frac{d}{10}$$

15) Rends irréductibles les fractions suivantes.

a) $\frac{48}{60} =$ $\frac{-42}{49} =$ $\frac{-45}{75} =$ $\frac{-17}{51} =$ $\frac{-150}{-125} =$

b) $\frac{77}{91} =$ $\frac{-37}{111} =$ $\frac{-84}{-44} =$ $\frac{-150}{480} =$ $\frac{-3500}{4500} =$

c) $\frac{-17}{-85} =$ $\frac{375}{915} =$ $\frac{-560}{112} =$ $\frac{162}{-270} =$ $\frac{-175}{133} =$

d) $\frac{3b}{5b} =$ $\frac{-4a}{3a} =$ $\frac{21x}{7x} =$ $\frac{abc}{ac} =$ $\frac{-ab}{2ac} =$

e) $\frac{36a}{24ad} =$ $\frac{5a \cdot (-b)}{25b} =$ $\frac{-4a}{-5a} =$ $\frac{-12ab}{-18ac} =$ $\frac{-b}{4b} =$

f) $\frac{3a^3}{2a^4} =$ $\frac{7ab^4}{7ab^2} =$ $\frac{12a^3}{16a^2} =$ $\frac{-6ab^2}{9a^2b} =$ $\frac{-14x^3}{-21x} =$

g) $\frac{a^2}{a^5} =$ $\frac{a^2b^4}{a^3b^3} =$ $\frac{ab^4}{a^2b} =$ $\frac{-4ab^2}{6ab^3} =$ $\frac{18x^2y}{-24x^2y^3} =$

16) Simplifie les fractions suivantes pour obtenir des fractions irréductibles.

a) $\frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2}{2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} =$ b) $\frac{3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11^2}{3^4 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11} =$ c) $\frac{2^3 \cdot 5 \cdot 13^2}{2^4 \cdot 5^2 \cdot 13} =$

d) $\frac{3^4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13^2}{3^3 \cdot 7 \cdot 13^3} =$ e) $\frac{5^2 \cdot 15^3 \cdot 3^3 \cdot 2^2}{4^2 \cdot 5^4 \cdot 3^4} =$

17) Quelles sont les fractions égales à $\frac{2}{3}$?

$$\frac{2+7}{3+7}, \frac{2^2}{3^2}, \frac{2^2 \cdot 7}{2 \cdot 3 + 7}, \frac{2^2}{2 \cdot 3}, \frac{2^3}{2^2 \cdot 3}, \frac{2^2}{2^3 \cdot 3}, \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5}, \frac{2 \cdot 5 + 1}{3 \cdot 5 + 1}, \frac{2^5}{3^5}$$

18) Si tu sais que $\frac{a}{b} = 5$, donne la valeur des fractions ci-dessous.

$\frac{5a}{5b}$ $\frac{5a}{b}$ $\frac{a}{5b}$ $\frac{15a}{5b}$ $\frac{10a}{15b}$

19) Simplifie, si possible, les fractions suivantes.

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \frac{5 \cdot 9}{9 \cdot 11} = \quad \frac{(12+3) \cdot 2}{2 \cdot (2+3)} = \quad \frac{2+7}{7 \cdot 2} = \quad \frac{3 \cdot 25}{50 \cdot 18} = \quad \frac{-4 \cdot 75}{-8 \cdot 175} = \\
 \text{b) } \frac{9 \cdot (5+4)}{(5+4) \cdot 7} = \quad \frac{15+3}{10+3} = \quad \frac{-3+25}{50+18} = \quad \frac{15 \cdot (-3)}{-10 \cdot 3} = \quad \frac{-12+2}{24-4} = \\
 \text{c) } \frac{abc}{bc} = \quad \frac{a+b+c}{a} = \quad \frac{a+b \cdot c}{a \cdot b+c} = \quad \frac{2a \cdot (-b)}{4bc} = \quad \frac{ab-bc}{bd} = \\
 \text{d) } \frac{ab+c}{b+c} = \quad \frac{a+b}{b+a} = \quad \frac{3a+3a}{3a} = \quad \frac{12a+6b}{3ab} = \quad \frac{-2a+4b}{6ab} = \\
 \text{e) } \frac{(2a+b) \cdot a}{(2a+b) \cdot b} = \quad \frac{5ab}{18cd} = \quad \frac{7ab-3ab}{4b} = \quad \frac{3a+5a}{12b-4b} = \quad \frac{-5 \cdot (3a-2b)}{(2a-3b) \cdot 15} =
 \end{array}$$

Série B

1) Trouve la fraction égale à $-\frac{4}{5}$ dont :

- a) le dénominateur est 10 ; -50 ; 250 ; -55 ; 65 ; -420
 b) le numérateur est -20 ; 24 ; 60 ; -280 ; 480 ; 764

2) Donne toutes les fractions égales à $\frac{20}{16}$ et ayant un dénominateur compris entre 1 et 19.

3) Dans chaque série, retrouve l'intrus.

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \frac{-20}{30} \quad \frac{4}{-6} \quad \frac{3}{-2} \quad \frac{30}{-45} \quad \frac{-12}{18} \\
 \text{b) } \frac{45}{35} \quad \frac{-27}{-21} \quad \frac{54}{42} \quad \frac{-9}{7} \quad \frac{-18}{16} \\
 \text{c) } \frac{1}{2} \quad \frac{-60}{120} \quad \frac{-9}{18} \quad \frac{-5}{10} \quad \frac{-50}{-100} \\
 \text{d) } \frac{a}{b} \quad \frac{a^2}{b^2} \quad \frac{3a}{3b} \quad \frac{2a-a}{4b-3b} \quad \frac{-5a}{-5b} \\
 \text{e) } \frac{2a}{3b} \quad \frac{-10a}{-15b} \quad \frac{2a^2}{3ab} \quad \frac{2ab}{3b^2} \quad \frac{4a}{9b}
 \end{array}$$

4) Détermine ...

a) la valeur approchée par défaut :

de $\frac{3}{7}$ à 0,001 près

de $\frac{13}{14}$ à 0,01 près

de $\frac{-53}{9}$ à 0,01 près

de $\frac{13}{32}$ à 0,001 près

de $\frac{-13}{6}$ à 0,0001 près

b) la valeur approchée par excès :

de $\frac{5}{8}$ à 0,01 près

de $\frac{-4}{3}$ à 0,0001 près

de $\frac{27}{13}$ à 0,001 près

de $\frac{-13}{500}$ à 0,01 près

de $\frac{-100}{27}$ à 0,1 près

5) Complète le tableau ci-dessous.

1 h 45 min		
		2,5 h
	4 h $\frac{2}{3}$	
		0,8 h
1 h 12 min		
	2 h $\frac{3}{10}$	
5 h 10 min		
		3,25 h
2 h 17 min		
		7,15 h

6) Trouve le nombre entier x tel que a) $\frac{x}{9} < \frac{7}{x} < \frac{x}{6}$

b) $\frac{3}{x} < \frac{x}{7} < \frac{4}{x}$

7) Trouve, dans chaque cas, quatre fractions qui peuvent remplacer le nombre x .

a) $5,7 < x < 5,8$

b) $2,23 < x < 2,24$

c) $1,457 < x < 1,458$

165

8) La fraction $\frac{11}{7}$ a été obtenue en simplifiant la fraction $\frac{a}{b}$. Le PGCD de a et b est 18. Quelle est cette fraction ?

9) La fraction $\frac{x}{30}$ est réduite à la fraction irréductible $\frac{8}{y}$. Le PGCD de ses termes est 6. Trouve les valeurs de x et de y .

10) Le PGCD des termes de la fraction $\frac{a}{b}$ est 3. Détermine toutes les fractions possibles si $0 < a < 10$; $0 < b \leq 10$ et $a < b$.

11) Le PGCD des termes de la fraction $\frac{a}{3}$ est 1. Quelles sont toutes les valeurs possibles pour a si $0 < a \leq 15$?

12) Le PGCD des termes de la fraction $\frac{a}{b}$ est 1; a est un diviseur de 36 et b est un multiple de 3 inférieur à 20. Quelles sont toutes les valeurs possibles de $\frac{a}{b}$?

13) Un terrain rectangulaire de 800 m sur 900 m n'est cultivé que sur 45 hectares.

a) Sachant qu'il est cultivé sur les $\frac{3}{4}$ de sa largeur, sur quelle longueur est-il cultivé ?

b) Exprime cette longueur par une fraction de la longueur du terrain.

14) À l'achat d'une moto, l'acheteur verse un premier acompte. Pour payer le reste, il a 2 possibilités :

- verser 12 mensualités égales chacune au quinzième du prix de la moto ou
- verser 18 mensualités égales chacune au vingtième du prix de la moto.

Quelle situation est la plus avantageuse ?

- 15) Voici les quantités de beurre contenues dans deux gâteaux :
- dans le gâteau de Nicole pesant 800 g, il y a 240 g de beurre;
 - dans le gâteau de Nathalie pesant 600 g, il y a 150 g de beurre.
- Quel est le gâteau qui est le plus "riche" en beurre ?
- 16) Au basket : Claude a réussi 14 paniers sur 20;
 Freddy en a réussi 12 sur 16;
 Philippe en a réussi 14 sur 18;
 Benoît en a réussi 12 sur 15.
- Le meilleur marqueur du match est celui qui a le taux de réussite le plus élevé. Qui est-il ?
- 17) Dans une classe de 2e année, on a relevé les renseignements suivants : $\frac{2}{3}$ des élèves jouent au football, $\frac{3}{4}$ des élèves jouent au basket et $\frac{7}{12}$ des élèves jouent au tennis.
- Quel est le sport le plus pratiqué ? le moins pratiqué ?
- 18) a) Si $\frac{a}{b} = 0$, que peux-tu dire des nombres a et b ?
 b) Si $\frac{a}{b} = 1$, que peux-tu dire des nombres a et b ?
 c) Si $\frac{a}{b} = -1$, que peux-tu dire des nombres a et b ?
 d) Si $\frac{a}{b} = a$, que peux-tu dire des nombres a et b ?
 e) Si $\frac{a}{b} = b$, que peux-tu dire des nombres a et b ?

Série C

- 1) Transforme les nombres décimaux en fractions.
- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| a) 0,777 777 ... | b) 3,444 444 ... | c) 0,175 555 ... |
| 0,313 131 ... | 2,171 717 ... | 0,319 191 ... |
| 0,125 125 ... | 1,103 103 ... | 3,122 222 ... |
| 0,666 666 ... | 7,333 333 ... | 2,532 323 ... |
| 0,020 202 ... | 5,898 989 ... | 1,032 525 ... |
- 2) a) Certains affirment que : 0,999 999 ... est égal à 1. Qu'en penses-tu ?
 b) Que peux-tu dire de 5,999 999 ... ?

Le nombre d'or

Le nombre que Pacioli (1445-1514) avait nommé la **Divine proportion** et qui fut rebaptisé **Sectio Aurea** (section dorée) par Léonard de Vinci (1452-1519) est connu actuellement sous le nom de **Nombre d'Or** et noté ϕ (phi) en l'honneur du sculpteur grec Phidias.

Ce nombre étrange (1,618...) est présent dans plusieurs domaines, soit par l'intervention de l'homme, soit par l'intervention divine du ... créateur.

L'exemple le plus célèbre est celui du Parthénon à Athènes. En effet, sa façade s'inscrit pratiquement dans un rectangle dont le rapport entre la longueur et la largeur vaut le nombre d'Or.