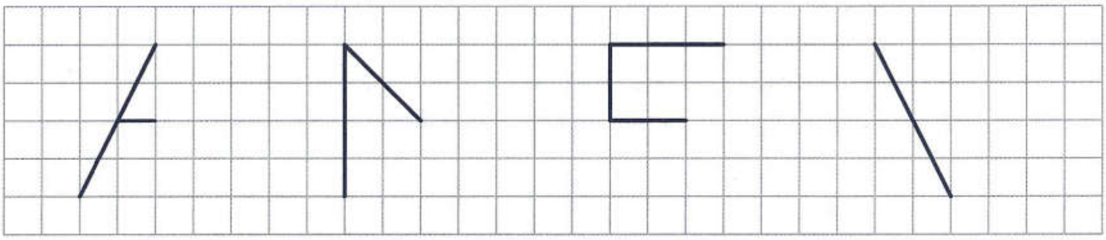
Activité 1 – Lettres et logos

a) En utilisant une symétrie orthogonale, achève les lettres dont une moitié est représentée.

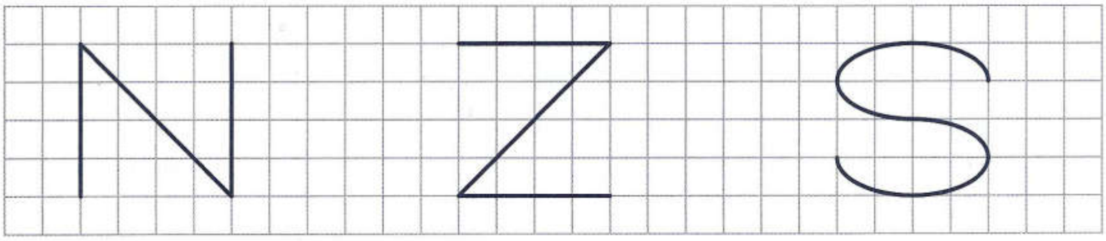


b) Dessine quelques lettres pour lesquelles …

1) l'exercice est possible.

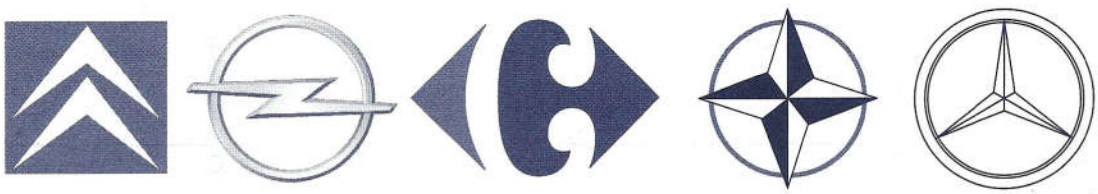
2) l'exercice est impossible.

c) Les lettres N, S et Z n'ont pas d'axe de symétrie; et pourtant, elles sont symétriques. Vérifie cette symétrie sur le dessin.



d) Dessine les lettres possédant des axes et un centre de symétrie.

e) Détermine les axes et centres de symétrie des logos ci-dessous.



113
A1

Activité 2 – Axes et centres de symétrie des figures usuelles

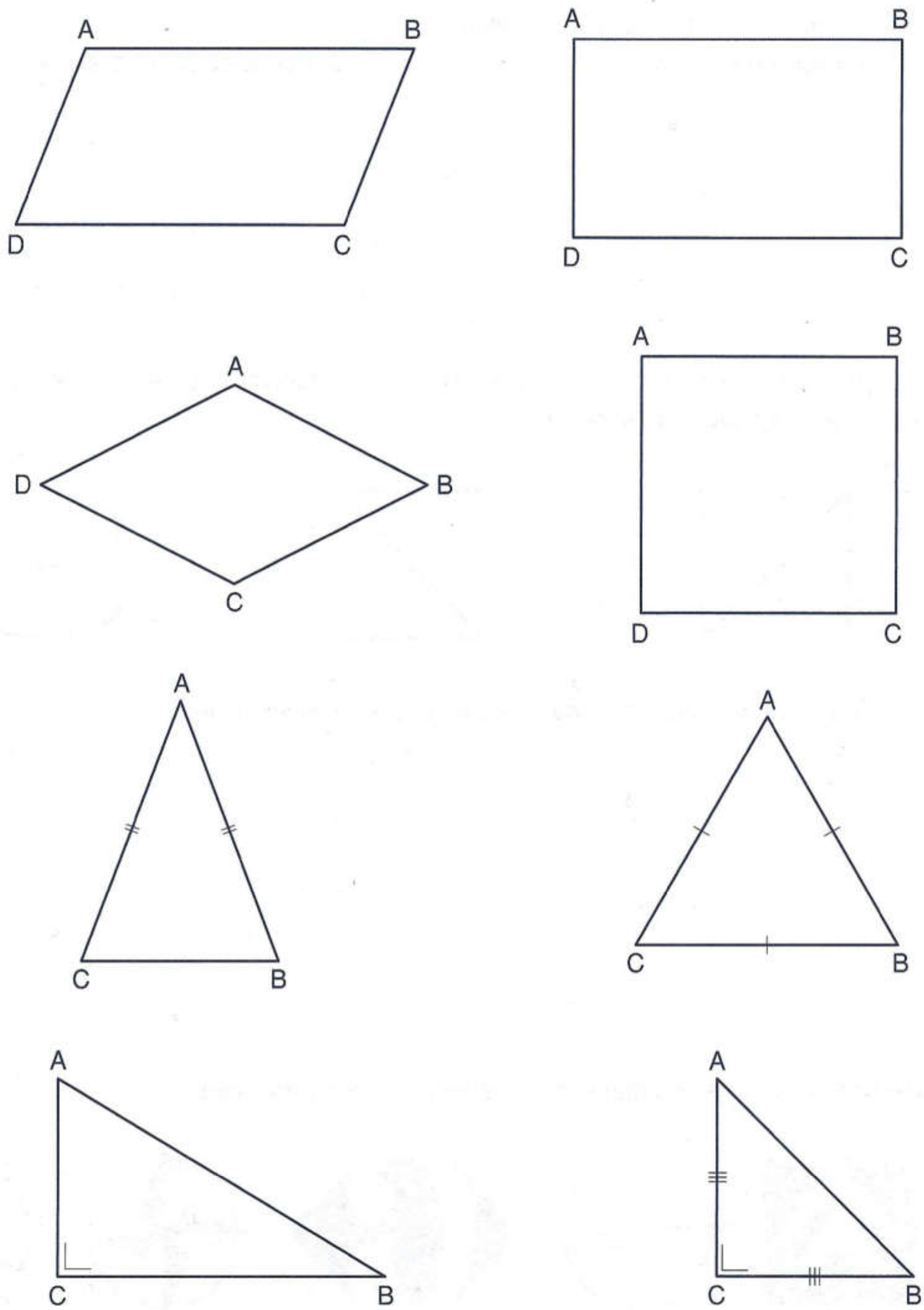
a) Reproduis les figures ci-dessous sur une feuille cartonnée et découpe-les. Tu obtiens ainsi huit modèles. Superpose chaque modèle sur la figure correspondante et indique la lettre R sur le recto du modèle et la lettre V sur le verso.

Pour chaque figure, réalise les manipulations suivantes :

– place le modèle sur la figure correspondante;

– fais pivoter le modèle de 180° pour déterminer l'éventuel centre de symétrie de la figure;

– retourne le modèle pour déterminer les éventuels axes de symétrie de la figure.



113 A2a→f

b) Complète les phrases suivantes.

1) Un triangle qui possède trois axes de symétrie est ....

2) Un triangle qui ne possède qu'un axe de symétrie est ....

3) Un triangle qui ne possède pas d'axe de symétrie est ....

4) Un quadrilatère qui possède un centre de symétrie et aucun axe de symétrie est

....

5) Un quadrilatère qui possède un centre de symétrie et seulement deux axes de symétrie

est ....

6) Un quadrilatère qui possède un centre de symétrie et quatre axes de symétrie est

....

c) Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1) Si un triangle est rectangle isocèle, alors il possède un axe de symétrie. ....

2) Si un quadrilatère ne possède aucun axe de symétrie, alors c'est un parallélogramme. ....

3) Si un quadrilatère possède au moins deux axes de symétrie, alors c'est un carré. ....

4) Si un triangle est équilatéral, alors il possède au moins un axe de symétrie. ....

5) Si un triangle est rectangle, alors il ne possède pas d'axe de symétrie. ....

6) Si un triangle possède un axe de symétrie, alors il est rectangle isocèle. ....

7) Si un quadrilatère possède deux axes de symétrie, alors c'est un losange. ....

8) Si un quadrilatère est un losange, alors il possède deux axes de symétrie. ....

9) Si un triangle n'est pas isocèle, alors il n'a pas d'axe de symétrie. ....

10) Si un quadrilatère est un rectangle, alors il possède deux axes de symétrie. ....

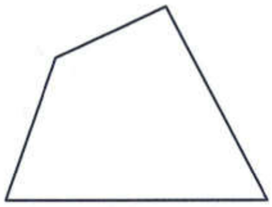
11) Si un triangle possède au moins un axe de symétrie, alors il est équilatéral. ....

12) Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors il ne possède aucun axe de symétrie. ....

13) Si un quadrilatère possède deux axes de symétrie, alors c'est un rectangle. ....

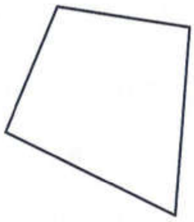
14) Si un triangle n'a pas d'axe de symétrie, alors il n'est pas isocèle. ....

d) Nomme les figures ci-dessous, trace leurs axes et repère leur centre de symétrie.



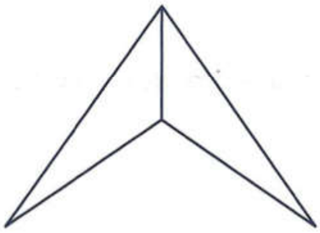
....

.... axe(s) .... centre



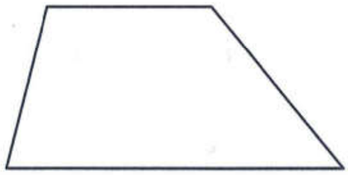
....

.... axe(s) .... centre



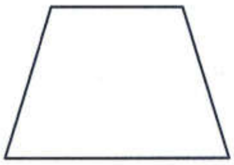
....

.... axe(s) .... centre



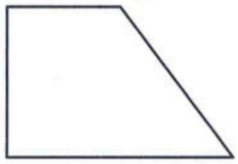
....

.... axe(s) .... centre



....

.... axe(s) .... centre



....

.... axe(s) .... centre

e) Réponds aux questions suivantes.

1) Pourquoi un triangle n'a-t-il jamais de centre de symétrie ?

....

....

2) À quelle condition une médiane d'un quadrilatère est-elle axe de symétrie ?

....

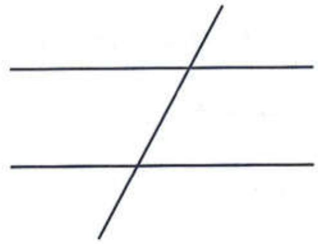
....

3) À quelle condition une diagonale d'un quadrilatère est-elle axe de symétrie ?

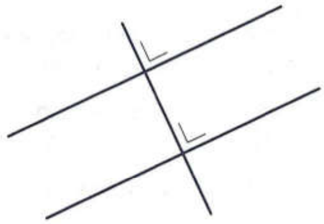
....

....

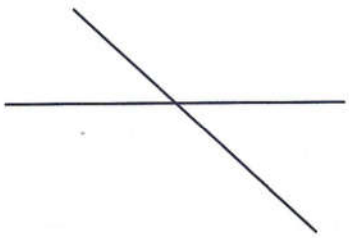
f) Trace les axes et repère le centre de symétrie des figures suivantes.



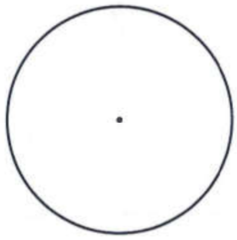
..........axe(s) .... centre



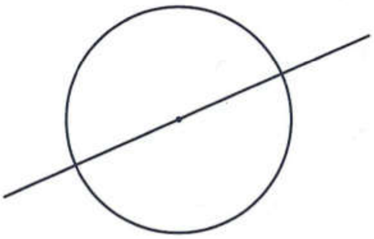
..........axe(s) .... centre



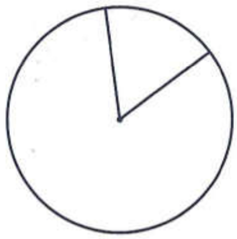
..........axe(s) .... centre



..........axe(s) .... centre



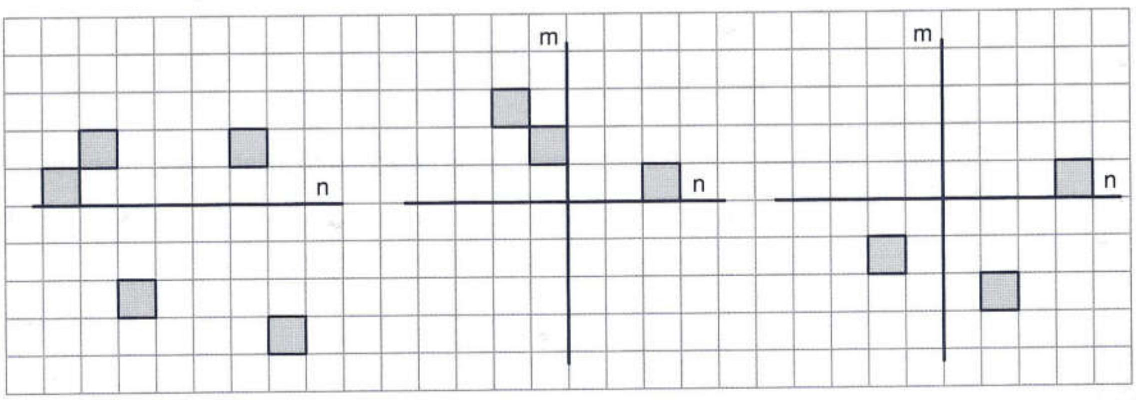
..........axe(s) .... centre



..........axe(s) .... centre

g) Complète au minimum chaque figure pour qu'elle possède un centre de symétrie.

h) Dans chaque cas, colorie un minimum de cases afin que la figure possède la (les) droite(s) proposées(s) comme axe(s) de symétrie.

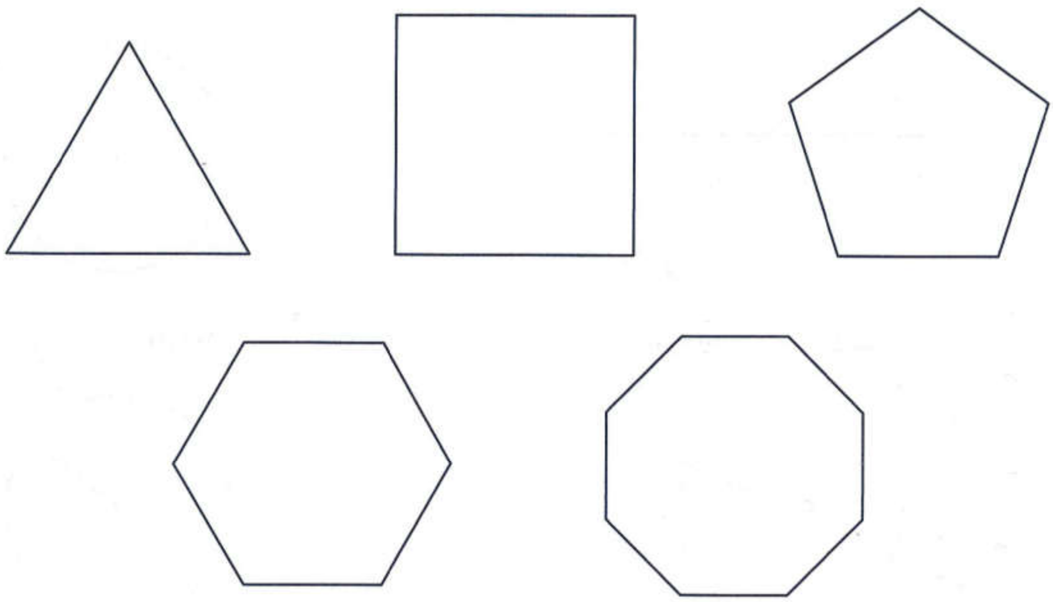


Activité 3 – Polygones réguliers

a) Un polygone est **régulier** si tous ses côtés ont la même longueur et tous ses angles intérieurs ont la même amplitude.

Les polygones réguliers les plus souvent utilisés sont : le triangle équilatéral, le carré, le pentagone, l'hexagone et l'octogone.

Construis leurs axes de symétrie et repère leur centre de symétrie.



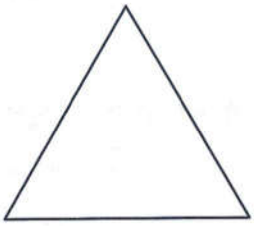
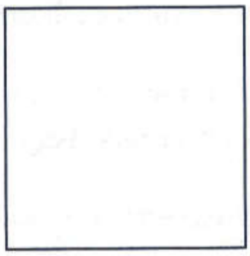
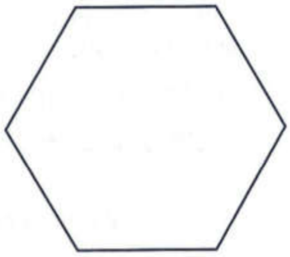
À quelle condition un polygone régulier possède-t-il un centre de symétrie ?

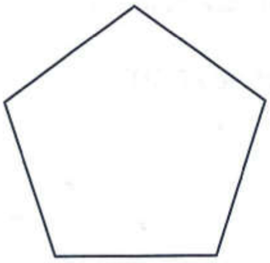
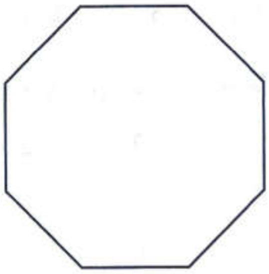
Comment construis-tu un axe de symétrie d'un polygone régulier ayant un nombre pair de côtés ?

Comment construis-tu un axe de symétrie d'un polygone régulier ayant un nombre impair de côtés ?

114
A2g

b) Les figures ci-dessous sont leur propre image par des rotations d'amplitudes non nulles.
Détermine le centre et l'amplitude de l'angle de chacune d'elles.

115 B

Quadrilatères particuliers

Le mot **parallélogramme** *vient du latin* parallegrammum, *du grec* parallêlogrammon, *de* parallêlos *«parallèle» et de* grammé *«ligne». Ce mot aurait été inventé par le grec Euclide.*

Par contre, **rectangle** *est d'origine latine car* rectus *signifie «droit» et* angulus *«angle». Notons qu'Euclide définissait le rectangle comme une figure oblongue, plus longue que large. Cette manière de faire a été utilisée pendant tout le Moyen Âge.*

Chose plus étrange, notre **losange** *viendrait en ligne droite du mot gaulois* lausa *qui signifiait «pierre plate». Les Grecs utilisaient le mot* rhombos *qui signifie « toupie». Cette appellation a perduré jusqu'à l'époque de Descartes. L'adjectif rhombique est d'ailleurs toujours employé pour qualifier un cristal en forme de losange.*

Le **trapèze**, *figure un peu délaissée, trouve son origine dans le mot grec* trapezion *qui signifie «table à quatre pieds» ! Étrange, non ?*

Le plus parfait de nos quadrilatères porte un nom d'origine latine mais son orthographe française a varié durant les siècles. Au XIIIe siècle, notre **carré** *s'écrivait* quarré *du latin* quadratus, *participe passé de* quadrare *«rendre carré». Or, carré en latin se dit* quadrus, *de* quattuor *«quatre». Les Grecs employaient le mot* tétragone *qui signifie quatre angles. Il faut donc en déduire que le nombre 4 suffisait à nommer le carré. Cette constatation permet peut-être d'expliquer une expression encore utilisée par les joueurs de cartes qui annoncent fièrement leur «carré» d'as.*

Et les autres

Pentagone, **hexagone**, ... *et* **polygone** *ont tous comme origine la langue grecque car -gone signifie «angle».*

5 côtés	*pentagone*	*9 côtés*	*ennéagone*
6 côtés	*hexagone*	*10 côtés*	*décagone*
7 côtés	*heptagone*	*11 côtés*	*hendécagone*
8 côtés	*octogone*	*12 côtés*	*dodécagone*

Activité 4 – Propriétés du parallélogramme

a) L'existence du centre de symétrie d'un parallélogramme permet de justifier des propriétés que tu connais.

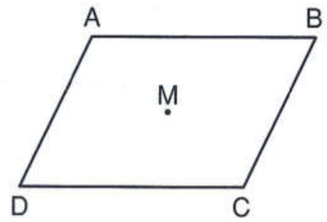
Pour chaque propriété, complète l'implication et le dessin.

1) **Propriété : les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.**

M est le centre de symétrie du parallélogramme ABCD

$\Downarrow$

....

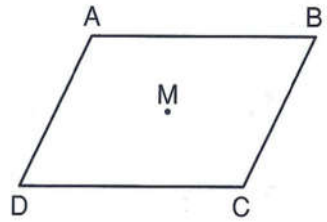


2) **Propriété : les côtés opposés d'un parallélogramme ont même longueur.**

M est le centre de symétrie du parallélogramme ABCD

$\Downarrow$

....

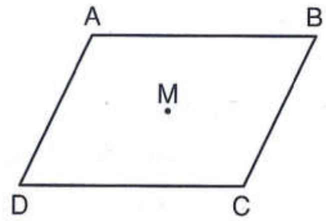


3) **Propriété : les angles opposés d'un parallélogramme ont même amplitude.**

M est le centre de symétrie du parallélogramme ABCD

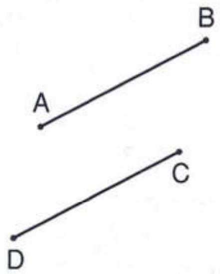
$\Downarrow$

....



115 C

b) 1) Tu sais qu'un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles.
Un élève affirme que : si [AB] // [DC] et |AB| = |DC|, alors le quadrilatère ABCD est un parallélogramme. A-t-il raison ? Justifie.



Données ....

....

Thèse ....

Démonstration

....

....

....

....

....

....

Énonce la propriété que tu viens de découvrir : ....

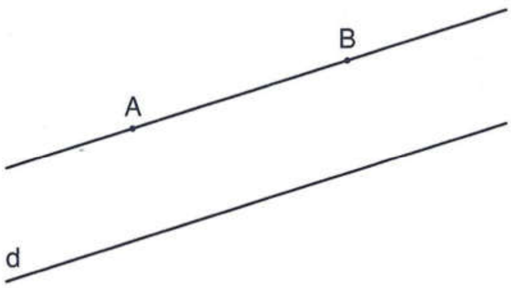
....

....

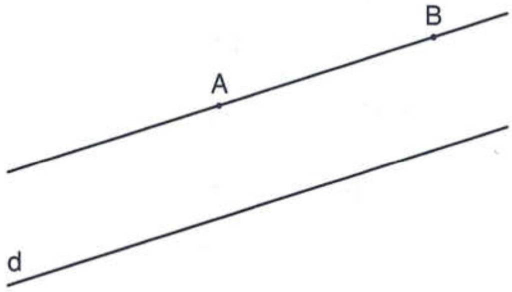
Cette propriété constitue un moyen de reconnaître si un quadrilatère (convexe) est un parallélogramme.

2) Place les points C et D sur la droite d afin que le quadrilatère ABCD soit :

un rectangle



un losange



....

....

....

....

....

....

c) Les parallélogrammes ABCD et CDXY sont situés de part et d'autre du côté commun [CD]. Démontre que le quadrilatère ABYX est un parallélogramme.

Figure

Données

....

....

Thèse

....

Démonstration

ABCD est un .... ⇒ .... // .... et |..............| = |..............|

CDXY est un .... ⇒ .... // .... et |..............| = |..............|

⇓ ⇓

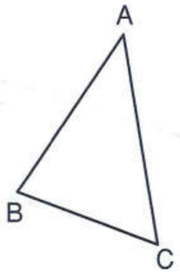
.... et ....

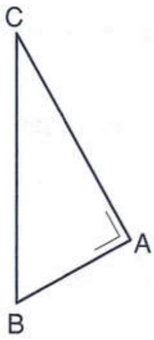
⇓

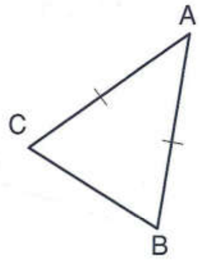
....

Activité 5 – Diagonales des quadrilatères

a) Dans chaque cas, construis $s_A(B) = D$ et $s_A(C) = E$; précise la nature du quadrilatère BCDE.







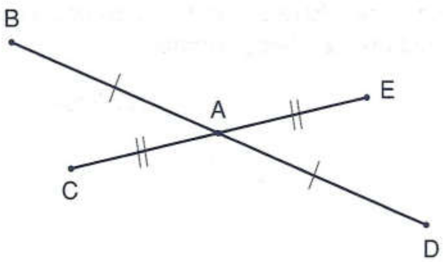
Si tu sais que ABC est un triangle isocèle rectangle en A, peux-tu, sans faire de dessin, dire quelle serait la nature de BCDE ?

116 D

b) L'exercice précédent suggère une propriété importante :

si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme. Démontre-la.

Figure



Données

Thèse

Démonstration

c) Complète les implications.

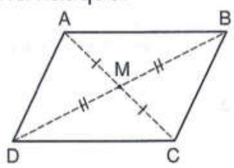
1) Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales ....

....

2) Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est

un ....

En utilisant le dessin ci-contre, traduis ces implications en langage mathématique.



1) .... ⇒ ....

2) .... ⇒ ....

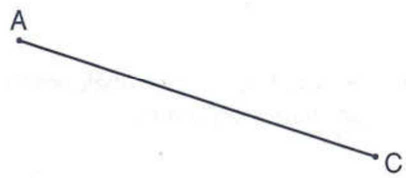
d) 1) Construis, dans des couleurs différentes, trois rectangles dont [AC] est une diagonale.

Comment trouver rapidement les deux autres sommets de chaque rectangle ?

....

....

2) Construis, dans des couleurs différentes, trois parallélogrammes dont [AC] est une diagonale et dont l'autre diagonale mesure 3 cm.



Comment trouver rapidement les deux autres sommets de chaque parallélogramme ?

....

....

e) Construis un cercle de centre O. Trace un diamètre [AB]. Construis un triangle ABC si tu sais que C est un point du cercle. De quelle nature est le triangle ABC ? Justifie.

....

....

....

....

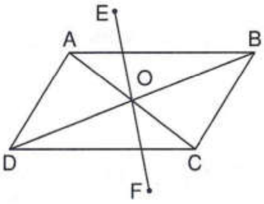
....

....

....

Activité 6 – Démonstrations

a) Si le quadrilatère ABCD est un parallélogramme de centre O et si |EO| = |OF|, démontre que le quadrilatère AECF est un parallélogramme.



Données : ....

....

Thèse : ....

Démonstration

....

....

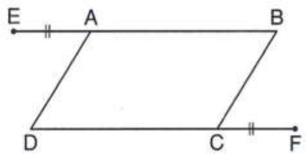
....

....

....

....

b) Si ABCD est un parallélogramme et si |AE|= |CF|, démontre que le quadrilatère EAFC est un parallélogramme.



Données : ....

....

Thèse : ....

Démonstration

....

....

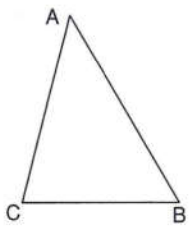
....

....

....

....

c) Désigne par M et N les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC] du triangle ABC. Construis le point D, symétrique du point C par rapport à M et le point E, symétrique du point D par rapport à N. Démontre que |BC| = |CE|.



Données : ....

....

Thèse : ....

Démonstration

Activité 7 – Exercices de construction

Tu réaliseras les exercices ci-dessous sur une feuille annexe.

a) Sans compas, construis un losange dont les côtés mesurent 3 cm et un angle 120°. Énonce le critère d'existence utilisé.

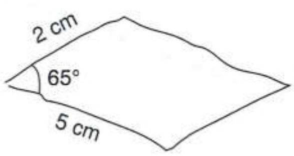
b) Construis un parallélogramme dont les côtés mesurent 3 cm et 5 cm et possédant un angle droit. De quelle nature est ce parallélogramme ? Énonce le critère d'existence utilisé.

c) Construis un losange dont les côtés mesurent 5 cm et possédant un angle droit. De quelle nature est ce losange ? Énonce le critère d'existence utilisé.

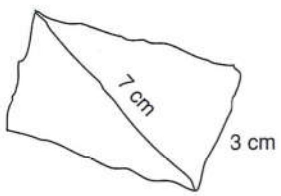
d) Construis un quadrilatère dont les angles sont droits et possédant deux côtés consécutifs de 4 cm. De quelle nature est ce quadrilatère ? Énonce le critère d'existence utilisé.

e) En utilisant tes instruments de dessin, construis avec précision les quadrilatères dessinés à main levée.

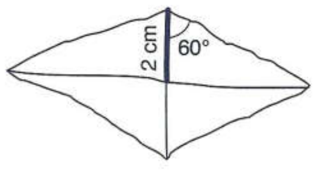
1) Parallélogramme



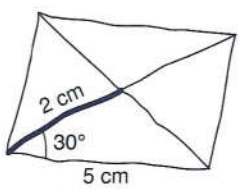
3) Rectangle



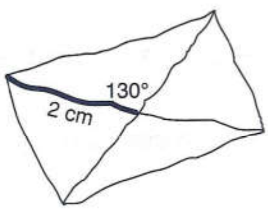
5) Losange



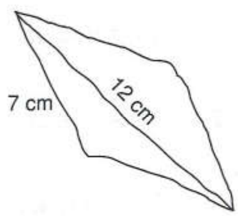
2) Parallélogramme



4) Rectangle



6) Losange



116
E

Exercices complémentaires

Série A

1) Détermine les axes et les centres de symétrie des sigles ou objets ci-dessous.

2) Détermine les axes et les centres de symétrie des figures ci-dessous :

a) un segment [AB]
b) une droite d
c) une demi-droite [AB
d) deux demi-droites de même origine [AB et [AC

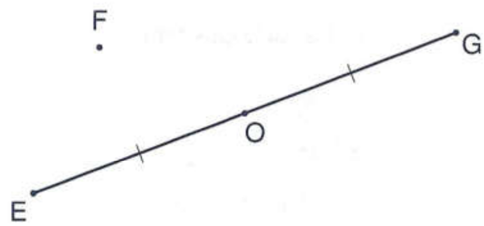
3) Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

a) Un triangle équilatéral possède un centre de symétrie.
b) Un triangle isocèle possède un axe de symétrie.
c) Un triangle rectangle n'a jamais d'axe de symétrie.
d) Un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie.
e) Un quadrilatère convexe qui possède un centre de symétrie et pas d'axe est un parallélogramme.
f) Un carré possède quatre axes et un centre de symétrie.
g) Un cercle possède un centre et une infinité d'axes de symétrie.
h) Un quadrilatère convexe qui ne possède que deux axes de symétrie perpendiculaires et un centre de symétrie est forcément un losange.
i) Un quadrilatère a au moins un centre de symétrie.
j) Un triangle qui ne possède qu'un axe de symétrie est isocèle.

4) Complète chacune des figures pour obtenir un parallélogramme.

a) ABCD de centre I

b) EFGH de centre O



5) Construis un parallélogramme connaissant une diagonale et un autre sommet.

6) Construis un losange dont les diagonales mesurent 5 cm et 2 cm .

7) Construis un carré dont les diagonales mesurent 3 cm.

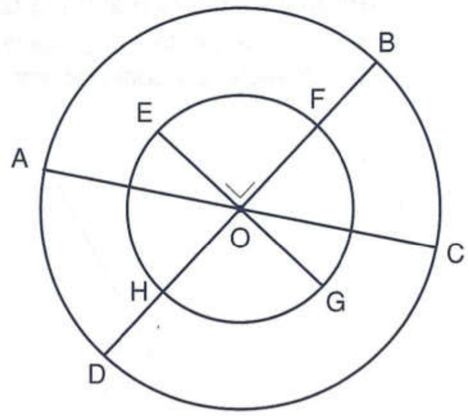
8) Choisis deux points C et P distants de 3 cm. Construis un rectangle PQRS ayant le point C comme centre de symétrie.

9) a) Trace en rouge le quadrilatère AFCH.
Que peux-tu dire de ce quadrilatère ?
Pourquoi ?

b) Trace en vert le quadrilatère ABCD.
Que peux-tu dire de ce quadrilatère ?
Pourquoi ?

c) Trace en bleu le quadrilatère EBGD.
Que peux-tu dire de ce quadrilatère ?
Pourquoi ?

d) Trace en noir le quadrilatère EFGH.
Que peux-tu dire de ce quadrilatère ?
Pourquoi ?



10) On donne un segment [AC] tel que |AC| = 5 cm.

a) Construis un carré dont [AC] est une diagonale. Combien y a-t-il de solutions ?

b) Construis un losange dont [AC] est une diagonale. Combien y a-t-il de solutions ?
Construis le losange dont [AC] est une diagonale et dont le côté mesure 4 cm.

c) Construis un rectangle dont [AC] est une diagonale. Combien y a-t-il de solutions ?
Construis le rectangle dont [AC] est une diagonale et dont un côté mesure 2,5 cm.

d) Construis un parallélogramme dont [AC] est une diagonale. Combien y a-t-il de solutions ?
Construis le parallélogramme dont [AC] est une diagonale et dont un angle mesure 60°.

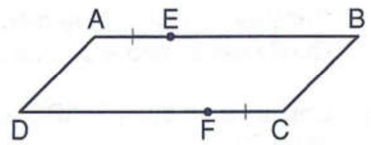
11) Sachant qu'un côté d'un quadrilatère mesure 5 cm et une diagonale 8 cm, construis :

a) un losange b) un rectangle c) un parallélogramme

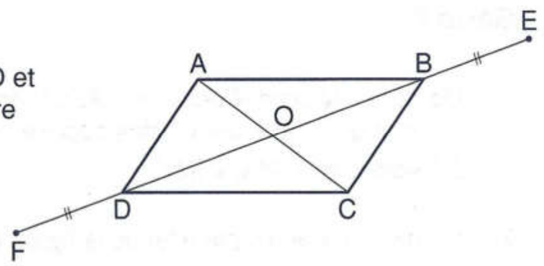
12) Dans un triangle ABC, on trace la médiane [AM] que l'on prolonge de |MD| tel que |AM| = |MD|. Démontre que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Série B

1) Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
Si tu sais que |AE| = |CF|, démontre que le quadrilatère AECF est un parallélogramme.



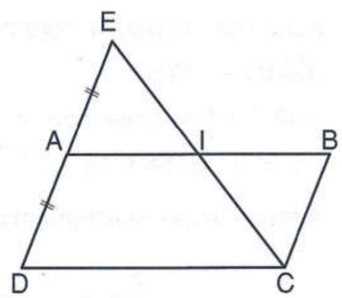
2) Si ABCD est un parallélogramme de centre O et si |BE| = |FD|, que peux-tu dire du quadrilatère AECF ? Justifie.



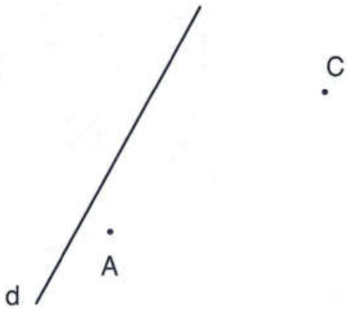
3) Si ABCD est un parallélogramme et si A est le milieu de [DE], démontre que :

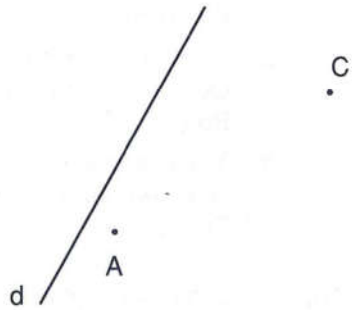
a) le quadrilatère AEBC est un parallélogramme;

b) I est le milieu de [EC].



4) Place deux points B et D tels que B soit sur la droite d et que ABCD soit :
   a) un losange dont une des diagonales est [AC];
   b) un rectangle dont une des diagonales est [AC].





5) Trace deux rectangles ABCD et BCEF tels que |AB| = |BF|. Les diagonales du rectangle ABCD se coupent en I et celles du rectangle BCEF se coupent en J. Quelle est la nature du quadrilatère IBJC ? Justifie.

6) Un élève a construit l'image d'un triangle ABC par la symétrie orthogonale d'axe BC. Il a obtenu :
   a) un losange; quelle était la nature du triangle initial ? Justifie.
   b) un carré; quelle était la nature du triangle initial ? Justifie.

7) Les points M et X sont respectivement les milieux des côtés [AB] et [AC] du triangle ABC. Construis le point P, symétrique de M par rapport à X.
   Démontre que :
   a) le quadrilatère MPCB est un parallélogramme;
   b) les droites MX et BC sont parallèles;
   c) la distance |MX| vaut la moitié de la distance |BC|.

8) Construis un parallélogramme ABCD de centre M. Construis s_C (M) = N et s_C (B) = P. Quelle est la nature du quadrilatère MBNP ? Justifie.

9) Construis un triangle ABC isocèle en A. Construis s_{BC} (A) = D, s_C (D) = E, s_B (C) = F et s_B (D) = G
   Donne la nature des quadrilatères suivants : ABDC, EABC et FGEC. Justifie.

Série C

1) On donne le parallélogramme ABCD dont les diagonales se coupent en M. Par M, trace une droite d qui coupe deux côtés opposés du parallélogramme en X et en Y.
   Démontre que |MX| = |MY|.

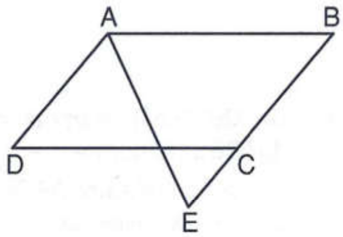
2) Un élève a tracé à main levée la figure ci-contre dans laquelle :

   ABCD est un parallélogramme;

   $|\widehat{DAB}| = 130°$;

   ACED est un parallélogramme;

   AE est la bissectrice de $\widehat{DAB}$.



   À toi de tracer exactement cette figure à partir du segment [AB].