Activité 1 – La division euclidienne (recherche)

a) Transforme en minutes.

2 h 15 min = ...

5 h 12 min = ...

7 h 35 min = ...

15 h 15 min = ...

27 h 58 min = ...

b) Transforme en heures et minutes (mentalement ou avec la calculatrice).

78 min = ...	1235 min = ...
134 min = ...	3645 min = ...
243 min = ...	783 min = ...
357 min = ...	851 min = ...
675 min = ...	971 min = ...

c) Écris les différents calculs qui te permettent de transformer 971 minutes en heures et minutes.

....

....

....

....

Écris une égalité semblable à celle proposée mais sans utiliser les unités.

971 min = 16 h 11 min 971 = ...

d) Dans chaque cas, complète la première égalité, puis transforme-la sans utiliser les unités.

133 min = ... h .... min	133 = ...
180 min = ... h .... min	180 = ...
215 min = ... h .... min	215 = ...
250 min = ... h .... min	250 = ...
719 min = ... h .... min	719 = ...

e) Complète le tableau en utilisant des nombres naturels.

dividende	diviseur	calcul	quotient	reste	égalité
72	5				
109	25				
137	9				
202	20				
120	17				

En désignant le dividende par a, le diviseur par b, le quotient par q et le reste par r, trouve une égalité reliant ces quatre nombres.

109 A

....

Activité 2 – La division euclidienne (exercices)

a) Effectue en utilisant ta calculatrice et note la solution sous forme d'une division euclidienne.

678 : 39   678 = ...

1246 : 73   1246 = ...

52 000 : 234   52 000 = ...

4588 : 124   4588 = ...

b) Complète le tableau ci-dessous.

dividende	diviseur	quotient	reste	division euclidienne
57	8			
	9	6	2	
83		11	6	
35			6	
59			3	
59			3	
27		3	12	

c) Réponds aux questions suivantes.

1) Dans une division euclidienne, le diviseur est 9, le quotient est 12 et le reste est 3. Quel est le dividende ?

....

2) Le quotient entier de la division de a par 7 est 32 et le reste est 5. Que vaut a ?

....

3) Le quotient entier de la division de 455 par b est 32 et le reste est 7. Que vaut b ?

....

4) Quels sont les plus petits nombres qu'il faut enlever et ajouter au nombre 371 pour que le reste de sa division par 8 soit égal à 0 ?

....

5) Dans une division euclidienne, le diviseur est 6 et le quotient est 8. Quels sont les dividendes possibles ?

....

....

....

d) Petits problèmes

1) Ludivine dit à ses 5 frères : «Si je vous donne à chacun 6 billes, il m'en restera 7». Et si Ludivine donnait 7 billes à chacun de ses frères, combien lui en resterait-il ?

....

....

2) Le jour de la Saint Nicolas, le titulaire d'une classe distribue des bonbons à ses élèves. Chaque élève reçoit 3 bonbons. Le titulaire s'aperçoit alors qu'il lui en reste encore beaucoup dans son sachet et rend 1 bonbon à chaque enfant. Malheureusement, en agissant de la sorte, il lui en manque 1. Si tu sais qu'il y a 24 élèves dans la classe, détermine le nombre de bonbons contenus dans le sachet du titulaire.

....

....

3) Un moniteur d'une colonie distribue des coquillages à ses petits protégés pour qu'ils réalisent un motif décoratif sur le sable. Chacun en reçoit 75 et le moniteur compte ce qu'il lui reste. «Zut, dit-il, il m'en reste 46, j'aurais pu en donner 2 de plus à chaque enfant». Détermine le nombre d'enfants du groupe ainsi que le nombre de coquillages dont dispose le moniteur.

....

....

....

e) L'écriture «27 : 4 = 6 reste 3» est mathématiquement incorrecte.
Transforme-la :

- en utilisant la division euclidienne

27 = ... + ...

- en utilisant les fractions

$\frac{27}{4}$ = ——— + ——— = ... + ...

Complète les égalités ci-dessous en faisant apparaître le quotient entier.

$\frac{43}{8}$ = ... + ...

$\frac{26}{7}$ = ... + ...

$\frac{96}{23}$ = ... + ...

$\frac{42}{6}$ = ... + ...

$\frac{76}{12}$ = ... + ...

$\frac{153}{25}$ = ... + ...

Activité 3 – Diviseurs - Multiples

a) Complète les phrases.

Pour justifier que 24 est divisible par 3, j'écris que 24 = 3 . ...

Pour justifier que 25 n'est pas un multiple de 3, j'écris que 25 = 3 . ...

Pour justifier que 49 n'est pas divisible par 5, j'écris que 49 = ...

Pour justifier que 55 est un multiple de 11, j'écris que 55 = ...

Pour justifier que 227 n'est pas un multiple de 15, j'écris que 227 = ...

Pour justifier que 91 est divisible par 7, j'écris que 91 = ...

b) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifie.

18 est un multiple de 6 ....

25 est divisible par 7 ....

27 est un multiple de 9 ....

103 est divisible par 25 ....

165 est un multiple de 3 ....

222 est un multiple de 8 ....

c) Complète les phrases suivantes.

a est divisible par 3 si a = ...

d est un multiple de 7 si d = ...

b est un multiple de 6 si b = ...

c divise 15 si 15 = ...

p est un multiple de 5 si .... = ...

q est un multiple de 11 si .... = ...

s divise 36 si .... = ...

t est un diviseur de 18 si .... = ...

d) Écris une expression littérale …

d'un multiple de 2 : ....

d'un multiple de 5 : ....

d'un multiple de 4 augmenté de 1 : ....

d'un multiple de 3 augmenté de 2 : ....

d'un nombre pair : ....

d'un nombre impair : ....

de deux nombres consécutifs : ....

de trois nombres consécutifs : ....

d'un carré : ....

109 B

de deux nombres pairs consécutifs : ....

e) Résous les problèmes suivants.

La somme de deux nombres consécutifs vaut 39. Quels sont ces nombres ?	La somme de trois nombres consécutifs vaut 36. Quels sont ces nombres ?
La somme de deux nombres pairs consécutifs vaut 38. Quels sont ces nombres ?	La somme de deux multiples de 3 consécutifs vaut 27. Quels sont ces nombres ?

La somme de trois nombres impairs consécutifs vaut 81.
Quels sont ces nombres ?

La somme de trois nombres multiples de 4 consécutifs vaut 84.
Quels sont ces nombres ?

f) Trouve un énoncé de problème pour chaque équation.

$3n + 3n + 3 = 69$

$2n + 1 + 2n + 3 = 40$

g) Sachant que n est un nombre naturel, reconnais, parmi les nombres suivants, les multiples de 9.

$9n$ $9n + 1$ $9n + 3$ $9n + 9$ $9n + 18$ $9n + 27$ $9n + 25$ $18n + 6$

h) Démontre les affirmations suivantes.

1) La somme de deux nombres consécutifs est un nombre impair.

2) La somme de trois nombres consécutifs est toujours un multiple de 3.

3) La somme de deux nombres impairs consécutifs est un multiple de 4.

....

....

....

i) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifie.

1) 12n est un multiple de 6. ....

....

2) 3n + 6 est un multiple de 3. ....

....

3) 16n + 6 est un multiple de 4. ....

....

4) 10n + 4 est un multiple de 2. ....

....

5) 3n + 1 est un multiple de 3. ....

....

6) 18n est un multiple de 9. ....

....

j) Si cela est possible, compose une phrase correcte en utilisant les deux parties de phrases proposées et les mots liens suivants : si, alors.

1) x est multiple de 12 — x est multiple de 6

....

2) x est multiple de 12 — x est multiple de 18

....

3) x est multiple de 4 — x est multiple de 12

....

4) x est multiple de 48 — x est multiple de 16

....

5) x est multiple de 25 — x est multiple de 20

....

Activité 4 – Suite de nombres

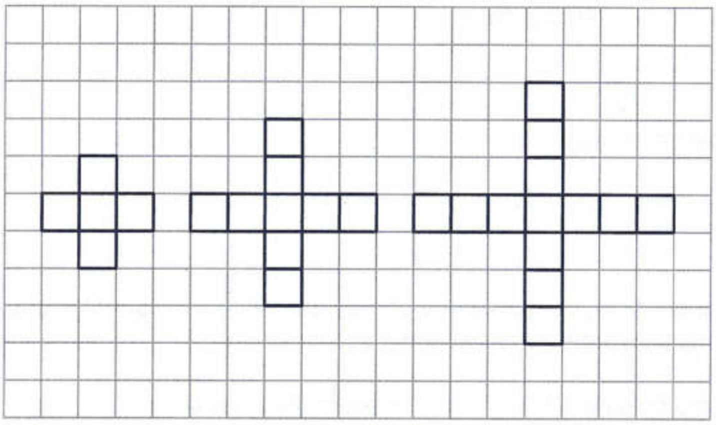
a) Complète les suites de nombres et détermine le nième nombre de la suite.

Rang	1	2	3	4	....	**n**
Nombre	8	16	24	32		
Nombre	9	17	25	33		
Nombre	16	24	32	40		

Rang	1	2	3	4	....	**n**
Nombre	2	4	6	8		
Nombre	5	7	9	11		
Nombre	6	8	10	12		

Rang	1	2	3	4	....	**n**
Nombre	4	7	10	13		
Nombre	10	13	16	19		

b) Voici trois figures construites selon le même principe.



1) Trouve la formule permettant de déterminer le nombre de carrés constituant la nième figure.

2) Utilise cette formule pour déterminer le rang des figures formées de 37, 93 et 145 carrés.

3) Existe-t-il une figure comprenant 123 carrés ? Si oui, quel est son rang ?

Activité 5 – Caractère de divisibilité par 9

a) Explique pourquoi les nombres 9, 99, 999, 9999, … sont des multiples de 9.

....

....

Achève la propriété découverte : tout nombre dont l'écriture ....

....

b) Divise les nombres 10, 100, 1000, 10 000, … par 9 et écris les solutions sous forme de divisions euclidiennes.

10 = ... + ... 100 = ... + ...

1000 = ... + ... 10 000 = ... + ...

Achève la propriété découverte : toute puissance de 10 est ....

....

c) En utilisant la propriété précédente, montre que 5000 est un multiple de 9 augmenté de 5.

5000 = ...

= ....

= ....

= ....

= ....

Énonce la propriété découverte : ....

....

Voici une décomposition du nombre 75 645.

75 645 = 70 000 + 5000 + 600 + 40 + 5

En utilisant cette décomposition et la propriété ci-dessus, complète les égalités suivantes.

70 000 = ...

5 000 = ...

600 = ...

40 = ...

5 = ...

---

75 645 = ...

= ....

= ....

= ....

Conclus : 75 645 est divisible par 9 car ……………………………………

……………………………………………………………………

Énonce le caractère de divisibilité par 9.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

Activité 6 – Nouvelle propriété de la divisibilité

a) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifie ta réponse.

1) Si un nombre est divisible par 2 et par 3, alors il est divisible par 6.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

2) Si un nombre est divisible par 6 et par 2, alors il est divisible par 12.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

3) Si un nombre est divisible par 3 et par 4, alors il est divisible par 12.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

4) Si un nombre est divisible par 4 et par 6, alors il est divisible par 24.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

5) Si un nombre est divisible par 4 et par 9, alors il est divisible par 36.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

Tire une conclusion : ……………………………………

……………………………………………………………………

110 C

b) Comment reconnaître, sans calculer le quotient, qu'un nombre est divisible …

1) par 20 ? ....

2) par 45 ? ....

3) par 72 ? ....

4) par 30 ? ....

5) par 120 ? ....

c) En utilisant la règle découverte ci-dessus, explique pourquoi …

1) 740 est divisible par 20. ....

....

....

....

....

2) 684 est divisible par 36. ....

....

....

....

....

3) 182 est divisible par 26. ....

....

....

....

....

4) 285 est divisible par 15. ....

....

....

....

....

5) 504 est divisible par 12. ....

....

....

....

....

Activité 7 – Remplissage d'un coffre et diviseurs communs

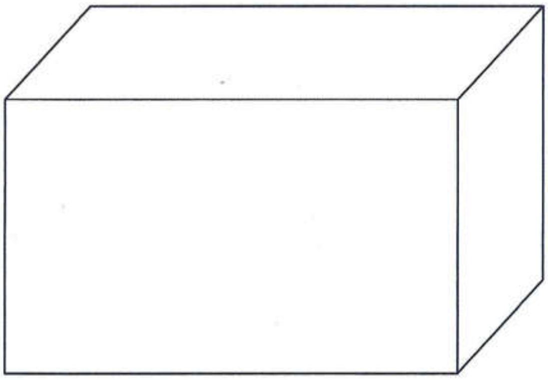
a) Les dimensions du petit coffre à jouets représenté ci-dessous sont 24 cm, 36 cm et 60 cm. On veut le remplir avec des cubes aussi grands que possible dont l'arête est mesurée par un nombre entier de centimètres.

1) Trouve la longueur de l'arête d'un cube et le nombre de cubes.

....

....

2) Représente la solution sur le dessin ci-dessous.



L'arête du cube mesure .... cm;

ce nombre est le ....

....

....

b) Décompose les nombres 24, 36 et 60 en un produit de facteurs premiers.

24 = ... 36 = ... 60 = ...

En utilisant ces décompositions, comment peux-tu déterminer le plus grand commun diviseur des trois nombres ?

....

....

c) Détermine mentalement le PGCD des nombres suivants.

PGCD de 24 et 36 : .... PGCD de 6, 8 et 16 : ....

PGCD de 75 et 125 : .... PGCD de 33, 22 et 55 : ....

PGCD de 49 et 63 : .... PGCD de 36, 24 et 60 : ....

PGCD de 12 et 36 : .... PGCD de 150, 225 et 375 : ....

Comment es-tu certain que chaque nombre trouvé est bien le PGCD ?

....

....

....

....

....

110
D1 a

d) Détermine le PGCD des nombres suivants.

120	144

120 = ……………………………………………

144 = ……………………………………………

PGCD de 120 et 144

= ……………………………………………

540	168

540 = ……………………………………………

168 = ……………………………………………

PGCD de 540 et 168

= ……………………………………………

60	48	160

60 = ……………………………………………

48 = ……………………………………………

160 = ……………………………………………

PGCD de 60, 48 et 160

= ……………………………………………

225	75	525

225 = ……………………………………………

75 = ……………………………………………

525 = ……………………………………………

PGCD de 225, 75 et 525

= ……………………………………………

110 D1b

Euclide

Les renseignements concernant la vie d'Euclide sont rares et on ne connaît même pas avec certitude les dates de naissance et de mort de ce mathématicien exceptionnel. Il serait né vers 350 avant Jésus-Christ. Il fonda l'école d'Alexandrie où il enseigna les mathématiques durant de nombreuses années.

Euclide a écrit un nombre important d'ouvrages, mais l'histoire ne retiendra que ses Éléments *composés de 13 livres. Cet ouvrage serait le plus imprimé dans le monde … après la* Bible.

*Euclide terminait l'exposé d'un théorème par la formule "***c***e* **q***u'il* **f***allait* **d***émontrer", phrase traduite en latin par* quod erat demonstrandum. *Notons que l'abréviation* **cqfd** *ne figure pas dans le Littré (dictionnaire du XIXe siècle), mais fait partie des expressions mathématiques actuelles. Ce* **cqfd** *est d'ailleurs parfois utilisé par des non mathématiciens pour signifier qu'une proposition a été prouvée.*

Activité 8 – Algorithme d'Euclide

Rendre une fraction irréductible, c'est diviser son numérateur et son dénominateur par leur PGCD; celui-ci n'est pas toujours simple à déterminer. Pour les cas difficiles, tu viens d'appliquer la technique de décomposition des nombres en facteurs premiers. Mais cette manière de faire est souvent très longue.

a) Voici une méthode utilisée par certains élèves pour simplifier une fraction.

$\frac{105}{45} = 2 + \frac{15}{45} = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ (PGCD de 105 et 45 est 15)

Utilise la même technique pour simplifier les fractions suivantes et déterminer le PGCD des deux termes de chaque fraction.

$\frac{98}{28}$ = ... (PGCD de 98 et 28 est ....)

$\frac{102}{36}$ = ... (PGCD de 102 et 36 est ....)

$\frac{702}{156}$ = ... (PGCD de 702 et 156 est ....)

b) Utilise cette technique pour calculer le PGCD des nombres suivants.

136 et 56 ....

60 et 132 ....

882 et 630 ....

....

3468 et 1020 ....

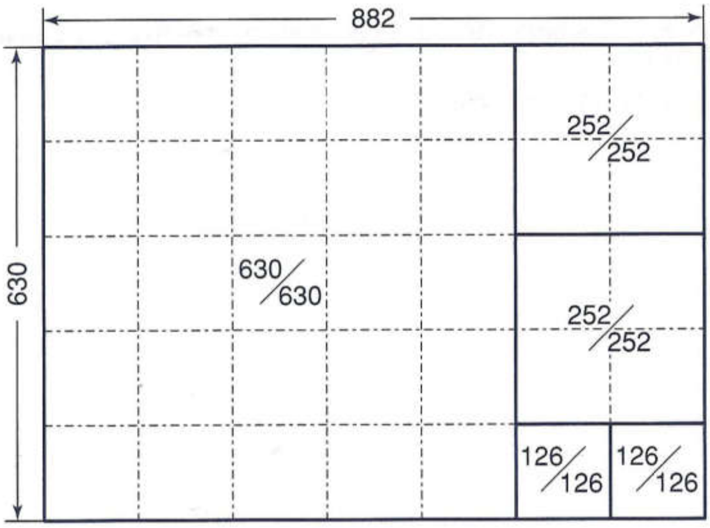
....

c) Cette méthode est connue sous le nom d'algorithme d'Euclide.

Le PGCD de deux nombres est le même que le PGCD du plus petit des deux nombres et du reste de la division du plus grand par le plus petit.

d) L'algorithme d'Euclide peut s'illustrer par un dessin.

Exemple : le PGCD de 882 et 630 est 126.



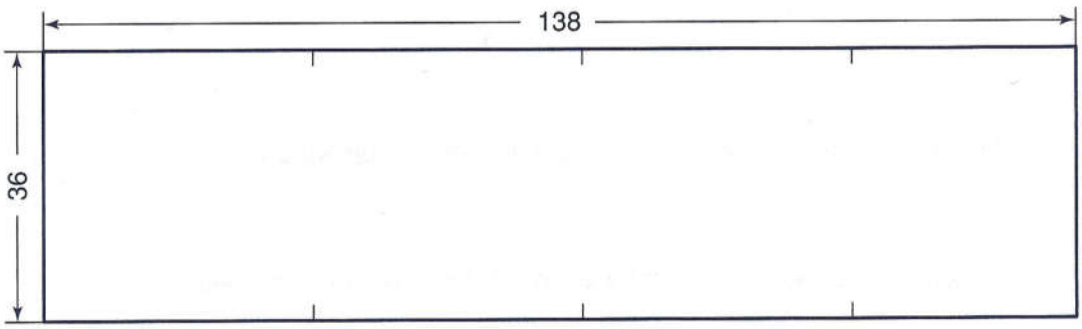
$$\frac{882}{630} = \frac{630}{630} + \frac{252}{630} = 1 + \frac{252}{630}$$

$$\frac{630}{252} = \frac{252}{252} + \frac{252}{252} + \frac{126}{252} = 2 + \frac{126}{252}$$

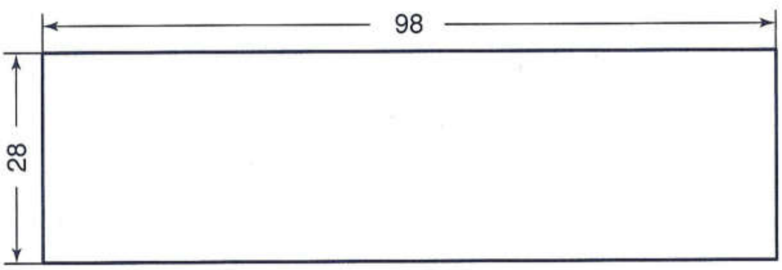
$$\frac{252}{126} = \frac{126}{126} + \frac{126}{126} = 2$$

Remarque : le carré de 126 de côté peut paver le rectangle de 882 sur 630.

e) Détermine graphiquement le PGCD de 138 et 36.



f) Détermine graphiquement le PGCD de 98 et 28.



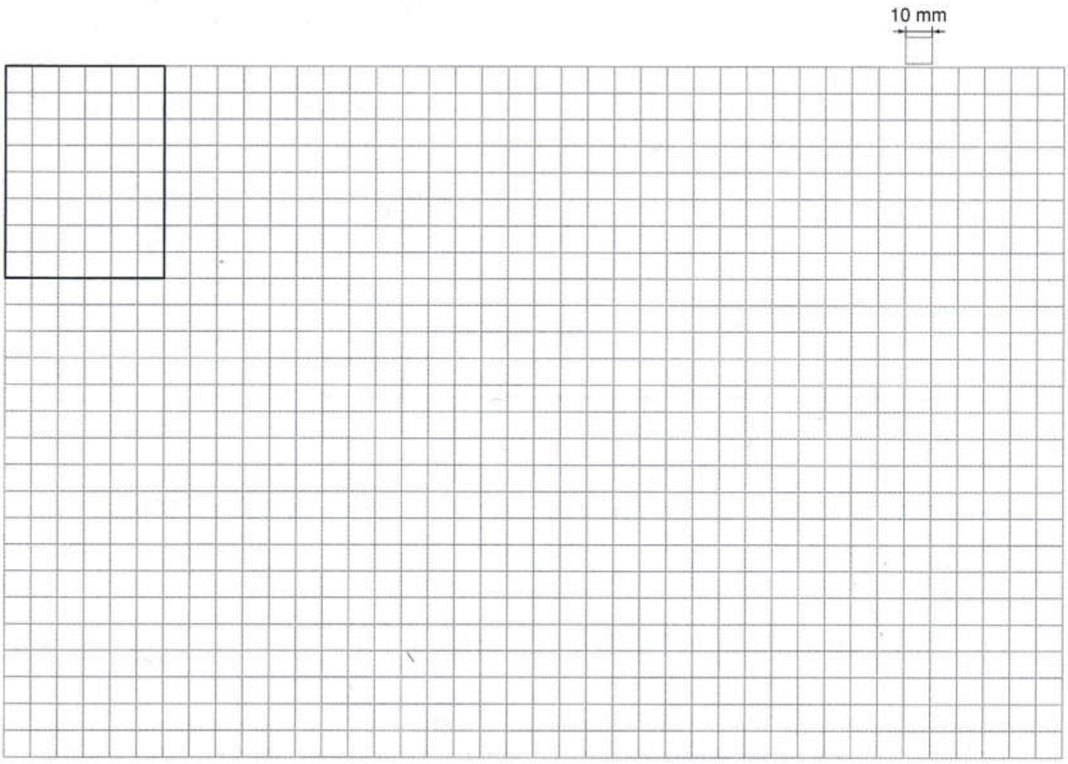
111
D1c

Activité 9 – Pavage et multiples communs

a) On dispose de pièces de verre rectangulaires de dimensions identiques (60 mm sur 80 mm) mais de couleurs différentes.

On veut assembler ces pièces en les disposant toutes de la même manière afin d'obtenir un vitrail carré le plus petit possible.

Achève ci-dessous la représentation de ce vitrail.



Le vitrail est un carré de .... mm de côté; ce nombre est le ....

....

b) Décompose les nombres 80 et 60 en un produit de facteurs premiers.

80 = ...   60 = ...

En utilisant ces décompositions, comment peux-tu déterminer le plus petit commun multiple des deux nombres ?

....

....

....

....

....

....

....

111 E1a-b

c) Détermine le PPCM des nombres suivants.

120	126

120 = ...

126 = ...

PPCM de 120 et 126

= ....

250	280

250 = ...

280 = ...

PPCM de 250 et 280

= ....

90	120	150

90 = ...

120 = ...

150 = ...

PPCM de 90, 120 et 150

= ....

32	48	72

32 = ...

48 = ...

72 = ...

PPCM de 32, 48 et 72

= ....

48	144

48 = ...

144 = ...

PPCM de 48 et 144

= ....

12	35

12 = ...

35 = ...

PPCM de 12 et 35

= ....

Pour quels exercices pouvais-tu utiliser une méthode plus rapide pour calculer le PPCM ? Pourquoi ?

....

....

....

112 E2

....

INTERACTIF

d) Détermine mentalement le PPCM des nombres proposés.

12 et 8 : .... 27 et 10 : ....

18 et 6 : .... 16 et 48 : ....

8 et 9 : .... 40 et 70 : ....

15 et 12 : .... 11 et 13 : ....

e) Lors d'une interrogation, un élève a calculé à l'aide d'une calculatrice les PPCM demandés.

Le PPCM de 12 et de 7 est 84.
Le PPCM de 8 et de 6 est 48.
Le PPCM de 15 et de 12 est 180.
Le PPCM de 25 et de 15 est 375.
Le PPCM de 18 et de 27 est 486.
Le PPCM de 10 et de 9 est 90.

- Comment a-t-il procédé ? ....

- Barre les réponses incorrectes.

- À partir d'une réponse incorrecte, comment peux-tu retrouver le PPCM exact ?

....

....

- Énonce la propriété découverte.

....

112 E1c

....

f) En utilisant la propriété que tu viens de découvrir, calcule le PPCM des nombres suivants.

32 et 24 : .... 150 et 235 : ....

72 et 60 : .... 360 et 540 : ....

120 et 300 : .... 120 et 144 : ....

Activité 10 – PGCD et PPCM (exercices de synthèse)

a) Recherche le PGCD et le PPCM des nombres proposés et indique la méthode utilisée.

8 et 24 ....

....

15 et 16 ....

....

15 et 25 ....

....

11 et 24 ....

....

27 et 36 ....

....

288 et 468 ....

....

b) Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1) Si deux nombres sont premiers entre eux, alors ils sont premiers. ....
2) Si deux nombres sont premiers entre eux, alors leur PGCD est 1. ....
3) Si le PGCD de deux nombres est 1, alors ces nombres sont premiers. ....
4) Si le PPCM de deux nombres est 6, alors ces nombres sont premiers. ....
5) Si le PPCM de deux nombres est 12, alors ces nombres sont premiers entre eux. ....

c) Complète le tableau.

Nombres	Condition	PGCD	PPCM
a et b	....	1	....
a et b	....	....	b
a et b	$a = 3 . b$	....	....
a et b	$a = \frac{b}{2}$	....	....

d) À l'occasion de la fancy-fair, le cuisinier de l'école se propose de réaliser de grandes pizzas. Pour leur cuisson, il utilise une platine de 108 cm sur 84 cm. Détermine le nombre minimum de parts carrées qu'il peut obtenir en découpant une pizza et en évitant tout déchet. Quelle est la dimension de ces mini pizzas si tu sais qu'elle est un nombre entier de centimètres ?

....

....

....

....

e) Quentin désire se débarrasser de sa collection d'images de joueurs de football. Il veut les revendre par petits paquets. S'il les groupe par paquets de 8, il ne lui en reste aucune. Et s'il les groupe par paquets de 9, il ne lui en reste aucune également. Si tu sais que le nombre d'images est compris entre 280 et 320, détermine le nombre exact d'images que possède Quentin.

....

....

....

....

f) Un sapin de Noël est garni de guirlandes : une guirlande verte qui clignote toutes les 4 secondes, une jaune toutes les 15 secondes et une rouge toutes les 21 secondes.

1) À quels intervalles clignotent deux guirlandes en même temps ?

....

....

....

....

....

....

2) À quel intervalle clignotent les trois guirlandes simultanément ?

....

....

....

3) Sachant que les trois guirlandes clignotent simultanément à 18 h, détermine l'heure à laquelle cette situation se reproduira.

....

....

Exercices complémentaires

Série A

1) Complète mentalement les égalités.

a) .... = 30 . 8 + 5
135 = 25 . ... + ...
142 = 99 . ... + ...

b) 45 = ... 7 + ...
71 = 34 . ... + ...
89 = ... 11 + ...

2) Complète les égalités en utilisant ta calculatrice.

a) .... = 12 . 43 + 9
296 = 17 . ... + ...
1240 = ... 19 + ...

b) 12 345 = 745 . ... + ...
7456 = ... 78 + ...
3588 = 46 . ... + ...

3) Complète les tableaux ci-dessous en utilisant la formule a = b . q + r

a	b	q	r
70	8		
	5	7	2
18			1

a	b	q	r
120		15	
	18	7	5
450	85		

4) Un stage de volley-ball est organisé à l'école durant les vacances de Pâques. Si tu sais que 21 filles et 27 garçons y participent, détermine le nombre d'équipes féminines, le nombre d'équipes masculines et le nombre d'équipes mixtes que les moniteurs peuvent former (une équipe de volley est composée de 6 joueurs).

5) Combien de sachets contenant chacun 12 œufs en chocolat peut-on préparer avec un sac de 4 kg, si on sait qu'un kg contient 100 œufs. Combien restera-t-il d'œufs après la confection des petits sachets ?

6) Trouve le quotient entier et le reste des divisions que les fractions ci-dessous représentent.

a) $\frac{70}{25}$ $\frac{59}{8}$ $\frac{201}{40}$ $\frac{71}{20}$ $\frac{59}{7}$ $\frac{29}{8}$ $\frac{127}{35}$ $\frac{143}{60}$

b) $\frac{253}{46}$ $\frac{642}{87}$ $\frac{178}{69}$ $\frac{254}{52}$ $\frac{154}{37}$ $\frac{265}{45}$ $\frac{872}{66}$ $\frac{1452}{567}$

7) Si tu sais que n est un nombre naturel, détermine parmi les expressions ci-dessous celles qui représentent des nombres pairs.

2n	2n + 5	2n − 7	2n + 2n + 1	2n + 5 − n	2n − n
2n + 4	2n − 1	2n + 8	2n + 2n + 8	2n + 7	n + 3n

8) Exprime en langage mathématique ...

a) un nombre naturel multiple de 7.
b) un nombre naturel pair.
c) deux nombres naturels multiples de 5 consécutifs.
d) trois nombres naturels multiples de 4 consécutifs.
e) le carré d'un nombre naturel impair.
f) le cube d'un nombre naturel pair.
g) le double d'un nombre naturel.
h) trois nombres naturels impairs consécutifs.

9) La somme de 4 nombres consécutifs vaut 46. Quels sont ces nombres ?

10) La somme de 2 nombres multiples de 6 consécutifs vaut 90. Quels sont ces nombres ?

11) La somme de 2 nombres multiples de 3 consécutifs vaut 99. Quels sont ces nombres ?

12) La somme de trois nombres pairs consécutifs vaut 102. Quels sont ces nombres ?

13) a) Détermine la valeur de n.

1) $n + n + 1 = 17$
2) $2n + 2n + 2 = 30$
3) $n - 1 + n + n + 1 = 15$
4) $3n + 3n + 3 = 75$
5) $2n + 2n + 1 = 37$
6) $n - 1 + n + n + 1 = 30$
7) $n + 1 + n + 2 + n + 3 = 36$
8) $3 \cdot 2n = 72$
9) $2 \cdot (2n + 1) = 18$
10) $3 \cdot (2n - 1) = 39$

b) Trouve un énoncé de problème pour chaque équation.

14) Détermine mentalement le PGCD et le PPCM des nombres proposézs.

Nombres	PGCD	PPCM
15 et 60		
12 et 16		
17 et 51		
20 et 33		
27 et 108		

Nombres	PGCD	PPCM
32 et 256		
25 et 45		
11 et 264		
9 et 146		
13 et 338		

15) Utilise l'algorithme d'Euclide pour déterminer le PGCD des nombres proposés.

a) 248 et 840
b) 136 et 72
c) 372 et 96
d) 1248 et 840

16) Calcule le PGCD des nombres proposés après les avoir décomposés en facteurs premiers.

a) 160 et 96
b) 96 et 72
c) 165 et 550
d) 225 et 525
e) 108 et 180
f) 432 et 240

17) Calcule le PPCM des nombres proposés après les avoir décomposés en facteurs premiers.

a) 40 et 16
b) 90 et 168
c) 80 et 90
d) 216 et 297
e) 450 et 120
f) 1098 et 280

18) Sans effectuer la division, comment peut-on reconnaître si un nombre est divisible par

a) 15 ? b) 45 ? c) 60 ? d) 72 ?

19) a) En utilisant l'égalité $360 = 5 \cdot 72$ et sans effectuer la division, détermine le quotient de 360 par 8.

b) En utilisant l'égalité $588 = 7 \cdot 84$ et sans effectuer la division, détermine le quotient de 588 par 21.

Série B

1) Trouve toutes les solutions possibles et rejette celles qui n'expriment pas une division euclidienne.

a) $125 = \ldots \cdot \ldots + 15$
b) $71 = \ldots \cdot \ldots + 5$
c) $142 = \ldots \cdot \ldots + 22$
d) $101 = \ldots \cdot \ldots + 11$
e) $82 = \ldots \cdot \ldots + 36$
f) $21 = \ldots \cdot \ldots + 3$

2) Le quotient entier de la division de x par 9 est 26 et le reste 7. Que vaut x ?

3) Le quotient entier de la division de 421 par x est 24. Que valent x et le reste ?

4) Dans une division euclidienne, le diviseur est 5 et le quotient 12. Quels sont les dividendes possibles ?

5) Quels sont les nombres dont la division par 6 donne un reste égal au quotient ?

6) Quels sont les nombres dont le reste de la division par 7 est le double du quotient ?

7) Quels sont les nombres dont le quotient de la division par 3 est le quadruple du reste ?

8) Vrai ou faux ? Justifie en sachant que n représente un nombre naturel.

a) $2n + 5$ est un nombre pair.
b) $9n + 27$ est un multiple de 9.
c) $3n + 1$ est un multiple de 3.
d) $4n + 12$ est un multiple de 4.
e) $12n$ est un multiple de 3.
f) $9n + 5$ est un multiple de 3.
g) $5n + 35$ est un multiple de 5.
h) $4n$ est un multiple de 8.
i) La somme de 4 nombres consécutifs est un multiple de 4.
j) La somme de 3 nombres pairs consécutifs est un multiple de 6.

9) Que devient le quotient d'une division exacte si on rend ...

a) le diviseur trois fois plus grand ?
b) le diviseur six fois plus petit ?
c) le dividende quatre fois plus grand ?
d) le dividende deux fois plus petit ?
e) le dividende trois fois plus grand et le diviseur deux fois plus petit ?
f) le dividende et le diviseur cinq fois plus grands ?
g) le dividende et le diviseur deux fois plus petits ?

10) Si tu sais que n est un nombre naturel, détermine parmi les nombres ci-dessous ceux qui sont multiples de 3, multiples de 5, multiples de 6 et multiples de 9.

$9n$	$5n + 3$	$9n + 3$	$9n + 27$	$3n + 18$	$5n + 15$
$18n + 27$	$45n$	$30n$	$10n + 4$	$10n + 25$	$6n$

11) Démontre les affirmations ci-dessous.

a) La somme de 4 nombres consécutifs est un nombre pair.
b) La somme de 3 nombres impairs consécutifs est un multiple de 3.

12) a) À quelle condition un multiple de 3 est-il un multiple de 6 ?
b) À quelle condition un multiple de 5 est-il un multiple de 30 ?
c) À quelle condition un multiple de 15 est-il un multiple de 24 ?
d) À quelle condition un multiple de 27 est-il un multiple de 36 ?

13) Le quotient de la division de 630 par un nombre est 26 et le reste 6. Détermine la valeur de ce nombre.

14) Par quel nombre faut-il diviser 1700 pour obtenir 63 comme quotient et 62 comme reste ?

15) Divise 312 par 27. Détermine alors le plus grand naturel qu'on peut ajouter ou retrancher à 312 pour que le quotient reste inchangé.

16) Détermine le nombre naturel compris entre 450 et 500 et qui est divisible à la fois par 15, 12 et 20.

17) Détermine le nombre naturel compris entre 700 et 800 et qui est divisible à la fois par 7, 12 et 18.

18) Si cela est possible, compose une phrase correcte en utilisant les deux parties de phrases proposées et les mots-liens suivants : SI, ALORS.

a) x est multiple de 18	x est multiple de 6
b) x est multiple de 18	x est multiple de 24
c) x est multiple de 5	x est multiple de 15

19) Un menuisier désire construire un escalier composé de deux parties distinctes : l'un de 2,52 m de hauteur et l'autre de 3,24 m. Il désire, et cela est logique, construire des marches de la même hauteur comprise entre 15 cm et 20 cm. Détermine la hauteur exacte de chaque marche et le nombre total de marches.

20) Je possède une collection de sous-bocks. Si je les classe par paquets de 10, de 12 ou de 25, il m'en reste chaque fois 3. De combien de sous-bocks est composée ma collection si je sais que ce nombre est compris entre 1000 et 1300 ?

21) Deux coureurs de fond partent en même temps pour un 10 000 m. Le plus rapide met 1 min 15 s pour parcourir un tour de piste et l'autre 1 min 20 s. Le coureur le moins rapide sera doublé une première fois par l'autre au niveau de la ligne de départ. Peux-tu dire après combien de temps ? À ce moment, combien de tours chacun aura-t-il fait ?

22) Si l'on compte les marches d'un escalier par 3, il en reste 2; si on les compte par 5, il en reste 4 et si on les compte par 8, il en reste 6. Détermine le nombre de marches de l'escalier si tu sais qu'il est inférieur à 20.

23) On dispose de trois lattes en bois de longueurs différentes : 1 m 50, 2 m 40 et 3 m 60. Est-il possible, en sciant ces lattes, d'obtenir des petits bouts de bois de longueur égale mesurant au moins 25 cm et ce en évitant le moindre déchet ?
Remarque : le trait de scie est supposé d'épaisseur nulle !

Série C

1) La somme de deux nombres vaut 216 et leur PGCD 18. Détermine ces deux nombres.

2) Le produit de deux nombres vaut 21 600 et leur PPCM est 360. Quels sont ces deux nombres ?

3) Le PGCD de deux nombres est 74 et le plus grand vaut 888. Détermine les valeurs que peut prendre le plus petit.

4) Le produit de trois nombres consécutifs est toujours divisible par 6. Pourquoi ?

5) Le produit de quatre nombres consécutifs est toujours divisible par 24. Pourquoi ?

6) Le produit de cinq nombres consécutifs est toujours divisible par 120. Pourquoi ?