Chapitre 4
Approche graphique de la fonction du premier degré

Compétences à développer

- Lire, construire, interpréter, exploiter un graphique.

Processus

Connaître

- Reconnaître différents types de fonctions du premier degré à partir de graphiques issus de contextes variés.

Appliquer

- Construire un graphique à partir d'un tableau de nombres ou d'une formule.
- Construire un tableau de nombres à partir d'un graphique ou d'une formule.
- Établir des correspondances entre des graphiques.
- Déterminer graphiquement l'intersection de deux fonctions du premier degré et/ou constantes.

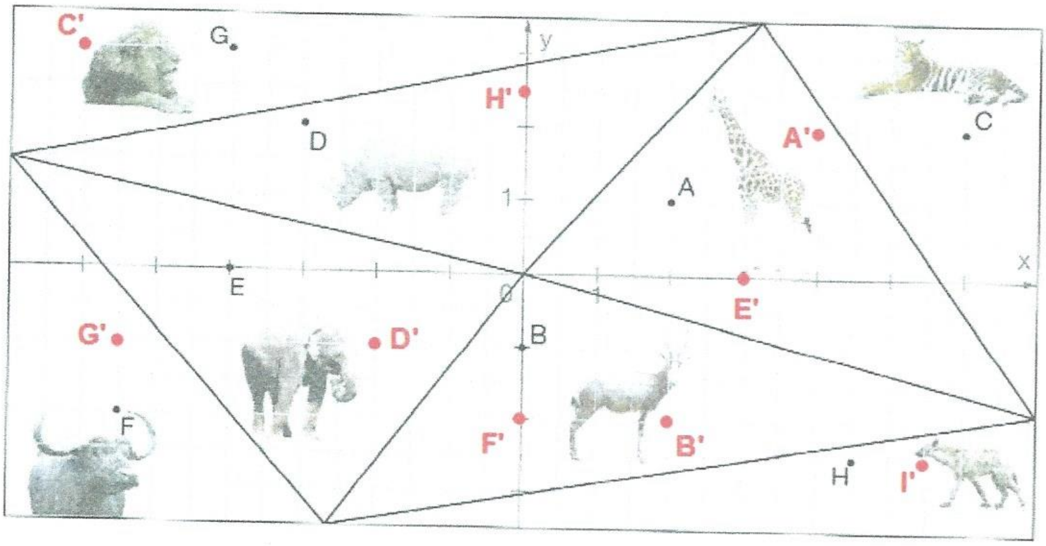
Transférer

- Se servir de graphiques pour répondre à des questions inhérentes à une situation.

Activité 1 • Plan cartésien

1 Le directeur d'une réserve animalière a mis au point pour ses employés une application de géolocalisation via smartphone. Comme le montre la figure ci-dessous, cette réserve est traversée par deux chemins perpendiculaires suivants lesquels on a tracé des axes gradués en kilomètres.

a) Dans un premier temps, les soigneurs ont parcouru les différents enclos de la réserve et ont utilisé l'application pour vérifier sa fiabilité. Les endroits d'où les tests ont été réalisés sont indiqués sur le plan à l'aide de lettres. Indique ci-dessous les coordonnées de chacune de ces lettres.



A (2 ; 1) C (6 ; 2) E (-4 ; 0) G (-4 ; 3)

B (0 ; -1) D (-3 ; 2) F (-5,5 ; -2) H (4,5 ; -2,5)

b) Cette géolocalisation est régulièrement utilisée par le personnel d'entretien pour repérer les endroits qui demandent l'intervention d'une équipe d'ouvriers. Voici la liste des endroits qui nécessitent des travaux.
Place sur le plan chacun des points ci-dessous.

A' (4 ; 2) C' (–6 ; 3) E' (3 ; 0) G' $\left(-\frac{11}{2} ; -1\right)$ I' $\left(\frac{11}{2} ; -\frac{5}{2}\right)$

B' (2 ; –2) D' (–2 ; –1) F' (0 ; –2) H' $\left(0 ; \frac{5}{2}\right)$

Quel est le seul enclos qui est en parfait état ?

L'enclos des tigres est en parfais état

Plan cartésien

A. Construction du repère

Pour repérer un point dans un plan, il faut :
- tracer deux droites sécantes (souvent perpendiculaires) et
- les graduer à partir de leur point d'intersection.

Les deux droites ainsi graduées forment un repère cartésien du plan.

B. Coordonnées d'un point

La position d'un point est connue grâce à un couple de nombres. Ces nombres sont appelés les coordonnées du point.

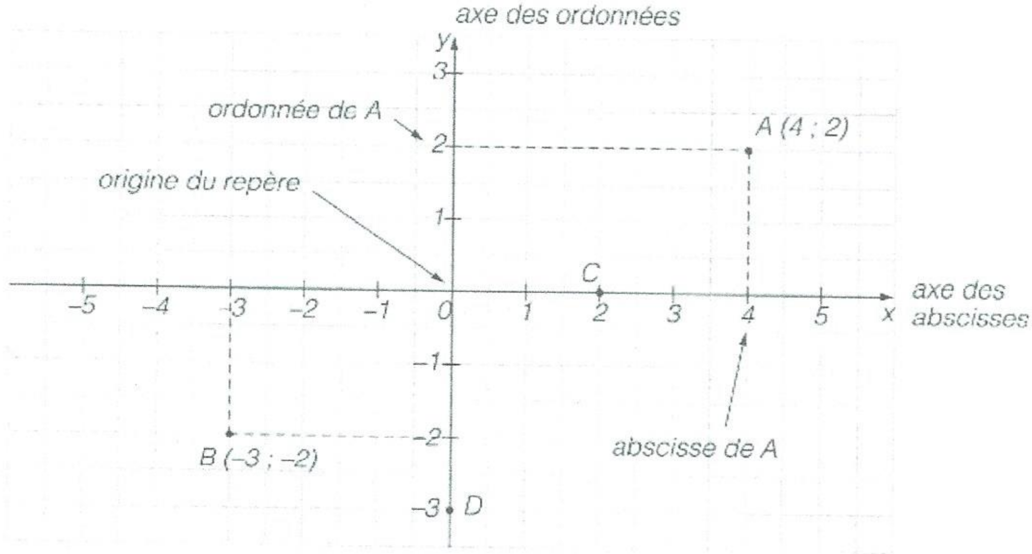
La première coordonnée est appelée l'abscisse du point; elle se repère sur l'axe horizontal (x).

La seconde coordonnée est appelée l'ordonnée du point; elle se repère sur l'axe vertical (y).

Exemples

Les coordonnées du point A sont (4 ; 2).
4 est l'abscisse du point A.
2 est l'ordonnée du point A.

Les coordonnées du point B sont (–3 ; –2).
–3 est l'abscisse du point B.
–2 est l'ordonnée du point B.



C. Remarques

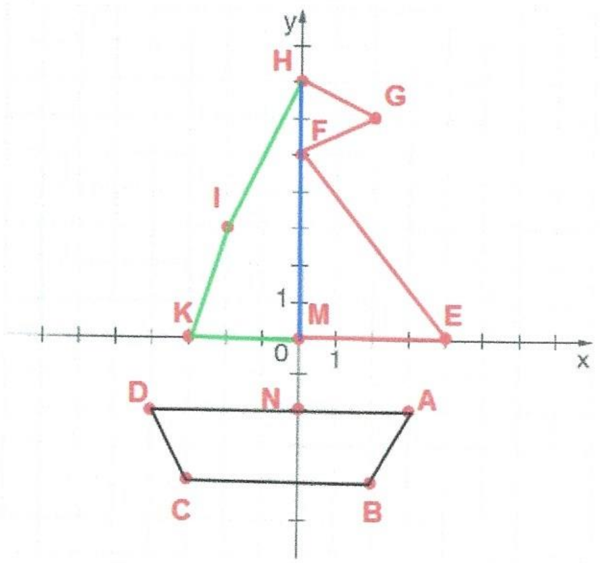
Les coordonnées de l'origine du repère sont (0 ; 0).
Les points de l'axe x ont une ordonnée nulle. Les coordonnées du point C sont (2 ; 0).
Les points de l'axe y ont une abscisse nulle. Les coordonnées du point D sont (0 ; –3).

D. Un peu d'histoire

Le mot cartésien vient du mathématicien et philosophe français **René Descartes (1596-1650)**. **Descartes** est considéré comme l'un des fondateurs de la philosophie moderne.
En **1637**, il écrit le *Discours de la méthode*, dans lequel on retrouve sa célèbre phrase : « Je pense donc je suis ».

Exercices

1 Place dans le repère cartésien les points dont tu connais les coordonnées.



A (3 ; −2) B (2 ; −4) C (−3 ; −4)

D (−4 ; −2) E (4 ; 0) F (0 ; 5)

G (2 ; 6) H (0 ; 7) I (−2 ; 3)

K (−3 ; 0) M (0 ; 0) N (0 ; −2)

Relie :

- en noir les points A, B, C, D et A ;
- en rouge les points M, E, F, G et H ;
- en vert les points M, K, I et H ;
- en bleu les points H, F, M et N.

2 Complète les couples pour qu'ils répondent à la condition énoncée.

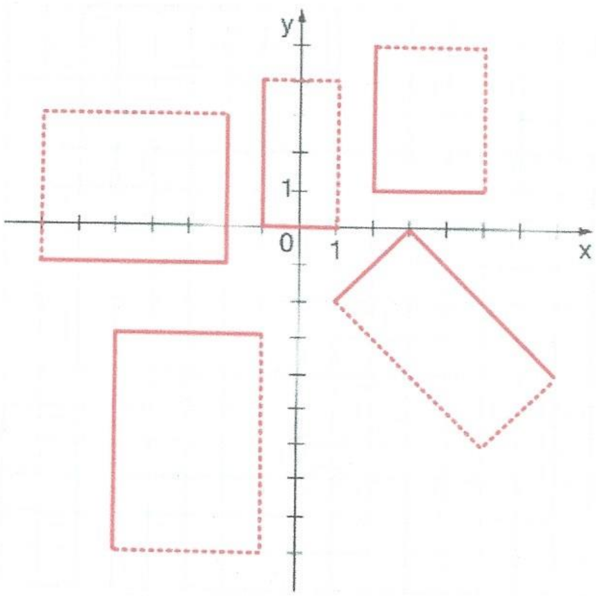
a) L'abscisse vaut le triple de l'ordonnée : (..6... ; 2) (..18.. ; 6) (12 ; ..4...) (2 ; 2/3)

b) L'ordonnée vaut 3 de plus que l'abscisse : (1 ; ..4...) (3 ; ..6..) (..-2.. ; 1) (..0.. ; 3)

c) L'ordonnée vaut le quart de l'abscisse : (8 ; ..2..) (20 ; ..5...) (−4 ; ..-1..) (..4... ; 1)

d) L'abscisse est l'opposé de l'ordonnée : (2 ; ..-2..) (..-5.. ; 5) (−1 ; ..1...) (..4... ; −4)

3 En t'aidant du repère, représente les rectangles dont tu connais déjà trois sommets. Pour chaque rectangle, détermine les coordonnées du quatrième sommet.



(2 ; 1), (2 ; 5), (5 ; 1) et (5 ; 5)

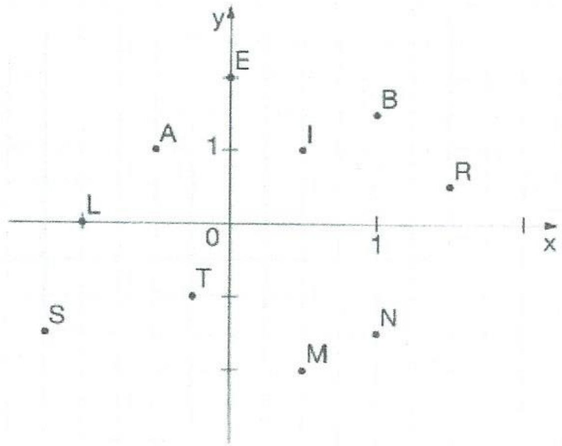
(−1 ; −3), (−5 ; −3), (−5 ; −9) et (-1 ; -9)

(3 ; 0), (1 ; −2), (7 ; −4) et (5 ; -6)

(−2 ; −1), (−7 ; −1), (−2 ; 3) et (-7 ; 3)

(−1 ; 4), (−1 ; 0), (1 ; 0) et (1 ; 4)

4 Code le message ci-dessous en remplaçant chaque lettre par les coordonnées du point correspondant dans le repère.

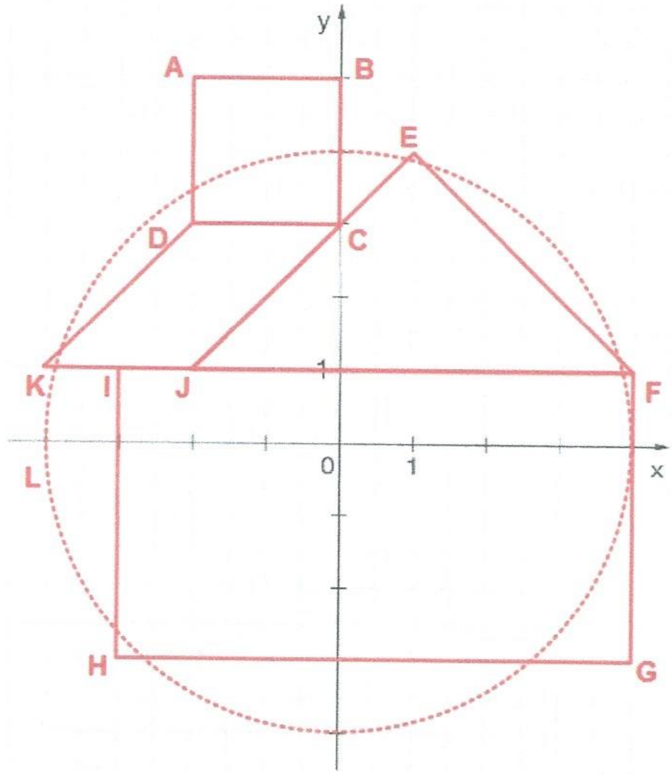


T	R	E	S
(- 1/4 ; - 1)	(1,5 ; 0,5)	(0 ; 2)	(-1,25 ; -1,5)

B	I	E	N
(1 ; 1,5)	(0,5 ; 1)	(0 ; 2)	(1 ; - 1,5)

5 a) Dans le repère cartésien ci-dessous, gradué en cm, place les points dont tu connais les coordonnées.

A (–2 ; 5)	G (4 ; –3)
B (0 ; 5)	H (–3 ; –3)
C (0 ; 3)	I (–3 ; 1)
D (–2 ; 3)	J (–2 ; 1)
E (1 ; 4)	K (–4 ; 1)
F (4 ; 1)	L (–4 ; 0)



b) Calcule les aires demandées après avoir tracé les figures.

Aire de…

ABCD A = 2 . 2 = 4 cm²

DCJK A = 2 . 2 = 4 cm²

EFJ A = 6 . 3 : 2 = 9 cm²

IFGH A = 7 . 4 = 28 cm²

c) L'aire totale du motif représenté est-elle supérieure à celle du cercle de centre O et passant par L ? Justifie ta réponse.

$A_{motif} = 4 + 4 + 9 + 28 = 45$ cm²

$A_{cercle} = \pi \cdot 4^2 = \pi \cdot 16 = 50{,}265...$ cm²

L'aire totale du motif est donc inférieure à celle du cercle.

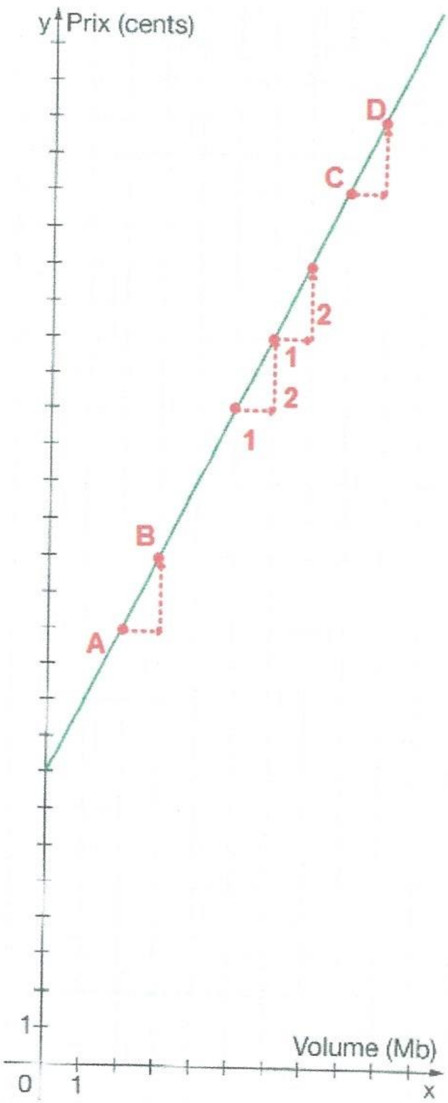
Activité 2 • Approche graphique de la fonction du premier degré

1 Un opérateur de téléphonie propose l'internet mobile à un tarif composé d'un coût fixe de connexion et un prix par mégabyte utilisé. Pour faire connaître ce tarif, il lance deux campagnes publicitaires dans lesquelles le même tarif est présenté de façons différentes. Pour chaque campagne, le prix se calcule en **fonction** de la consommation.

Campagne 1

Volume (Mb)	x	1	2	3	5	6	10	20	...
Prix (cents)	y	10	12	14	18	20	28	48	...

Campagne 2



a) (1) Avec ce tarif, détermine le prix à payer pour chaque volume de données ci-dessous. Complète les coordonnées des points du graphique qui illustrent tes réponses et indique ces points sur le graphique.

2 Mb 12 cent(s) A (2 ; 12)

3 Mb 14 cent(s) B (3 ; 14)

8 Mb 24 cent(s) C (8 ; 24)

9 Mb 26 cent(s) D (9 ; 26)

(2) Complète.

À un accroissement en x de 1 Mb correspond un accroissement en y (positif) constant de 2 cents.

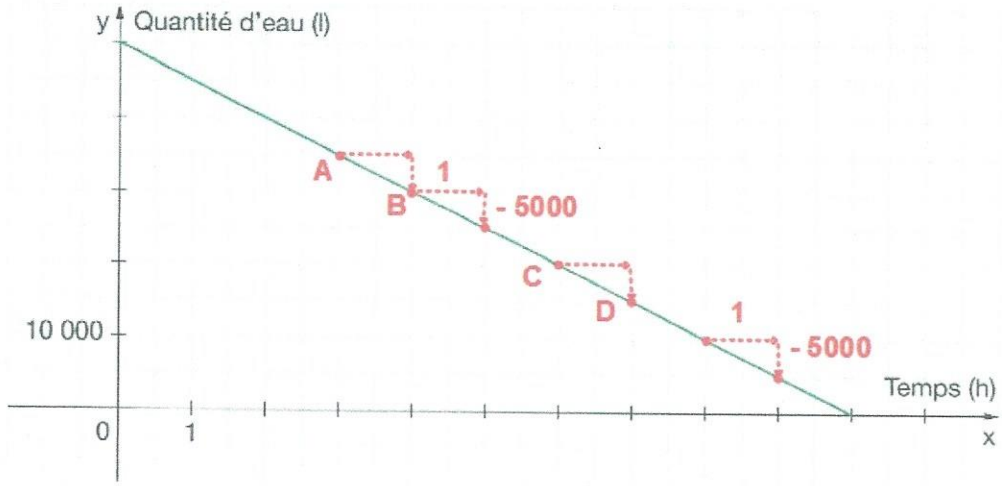
(3) Construis deux triangles rectangles d'hypoténuses respectives [AB] et [CD] illustrant la proposition que tu viens de compléter.

(4) Construis deux autres triangles rectangles montrant que la proposition que tu as découverte est valable pour d'autres valeurs de x.

b) Parmi les égalités suivantes, entoure celle qui correspond à ce tarif.

$y = 8 - 2x$	$y = 8 + x^2$	$y = 8 + 2x$	$y = 2x$
$y - 8 - x^2$	$y = 9 + x$	$y = 3x$	$y = 2 + 8x$

2 Chaque année, Monsieur Dujardin réalise la vidange de sa piscine à l'aide d'une pompe automatique. Le graphique ci-dessous illustre la quantité d'eau présente dans la piscine lors de sa vidange en **fonction** du temps.



a) (1) Sachant que les points ci-dessous appartiennent au graphique de la fonction, complète leurs coordonnées et reporte-les sur le graphique.

A est le point d'abscisse 3. A (3 ; 35000)

B est le point d'abscisse 4. B (4 ; 30000)

C est le point d'abscisse 6. C (6 ; 20000)

D est le point d'abscisse 7. D (7 ; 15000)

(2) Complète.

À un accroissement en x de 1 h correspond un accroissement en y négatif constant de 5000 l.

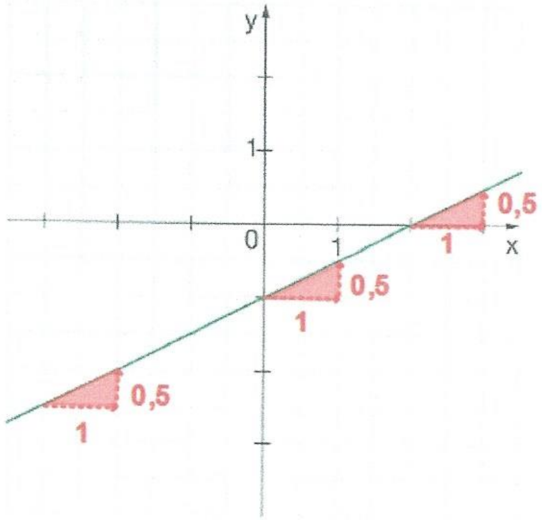
(3) Construis deux triangles rectangles d'hypoténuses respectives [AB] et [CD] illustrant la proposition que tu viens de compléter.

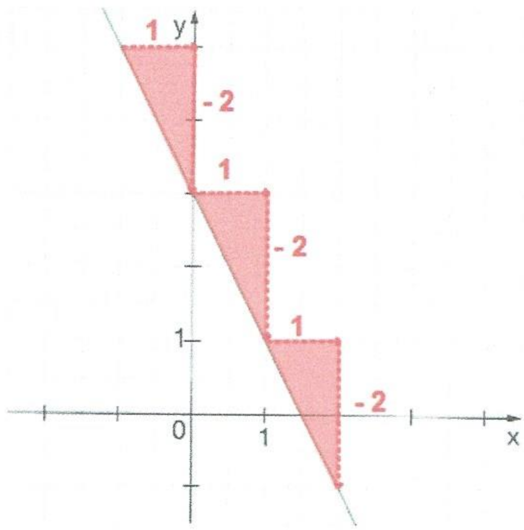
(4) Construis deux autres triangles rectangles montrant que la proposition que tu as découverte est valable pour d'autres valeurs de x.

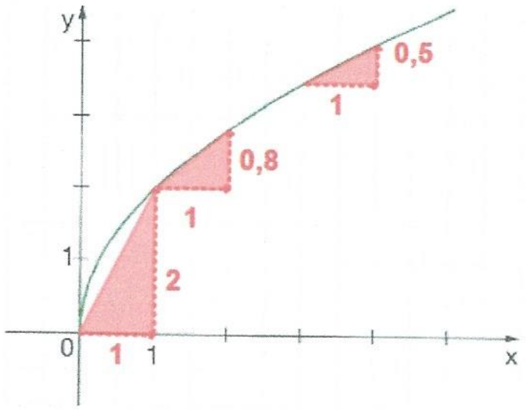
b) Parmi les égalités suivantes, entoure celle qui correspond à ce tarif.

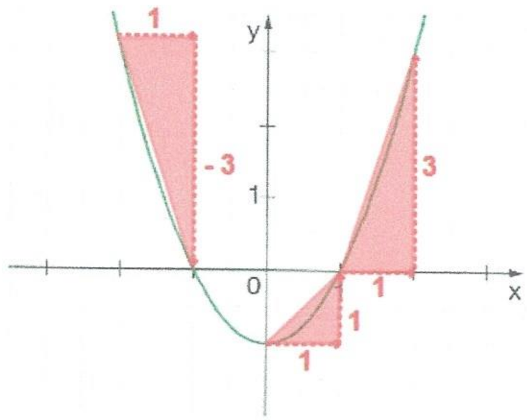
$y = 10 + 50\,000x$	$y = 50\,000 + x^2$	$y = 50\,000 - 5000x$
$y = 50\,000 + 5000x$	$y = \dfrac{50\,000}{x}$	$y = 50\,000 - 5000x^2$

3 a) Pour chaque graphique, trace au moins trois triangles illustrant les accroissements en y de la fonction. Pour plus de facilité, considère des accroissements en x d'une unité.





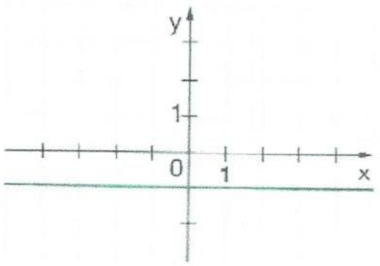


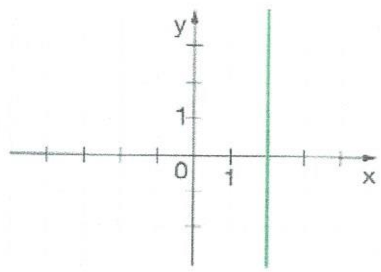


b) Pour quel(s) type(s) de graphiques, les accroissements en y restent-ils constants ?

Lorsque le graphique est une droite.

4 Voici les graphiques de deux droites particulières.





a) Énonce la particularité de chacune d'elles.

Droite parallèle à l'axe x. | Droite parallèle à l'axe y.

b) Si possible, trace les triangles illustrant les accroissements. Si ce n'est pas possible, explique pourquoi.

Les triangles ne peuvent être tracés car les accroissements en y sont nuls.

Les triangles ne peuvent être tracés car il n'existe pas d'accroissement en x non nuls.

Approche graphique de la fonction du premier degré

A. Définition

Une fonction f du premier degré est une relation entre deux variables x et y, qui s'écrit sous la forme $f : x \to y = mx + p$ ou plus simplement $f(x) = mx + p$, où m est un réel non nul et p un réel.

Exemples : $f : x \to y = 2x + 4$ ou $f(x) = 2x + 4$

$f : x \to y = -0,5x + 3$ ou $f(x) = -0,5x + 3$

$f : x \to y = -3x$ ou $f(x) = -3x$

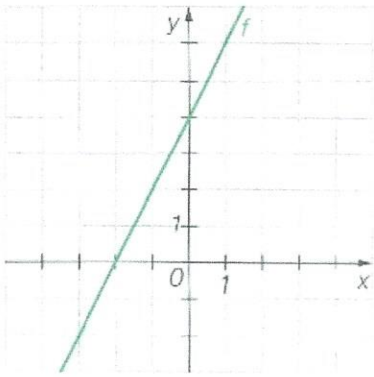
B. Tableau – Graphique – Équation

Une fonction du premier degré peut être décrite par
- un tableau qui associe les valeurs de x et de y,
- un graphique qui représente l'ensemble des points de coordonnées (x ; y),
- une égalité mathématique, appelée équation du graphique, qui exprime le lien existant entre les deux variables.

Exemple

$f : x \to y = 2x + 4$ est une fonction du premier degré.

x	–3	–2	–1	0	1	2
y	–2	0	2	4	6	8

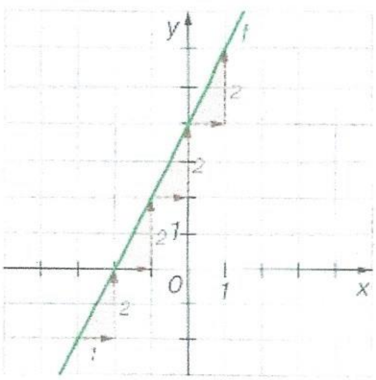


C. Propriétés du graphique d'une fonction du premier degré

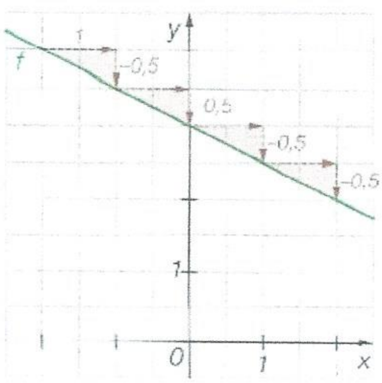
Le graphique d'une fonction du premier degré est une droite non parallèle aux axes du repère.
Le graphique d'une fonction du premier degré présente des accroissements constants.

Exemples

$f : x \to y = 2x + 4$
Lorsque x croît de 1 unité, y augmente de 2 unités.

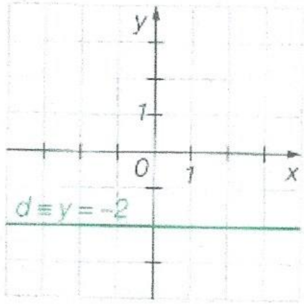


$f : x \to y = -0,5x + 3$
Lorsque x croît de 1 unité, y diminue de 0,5 unité.



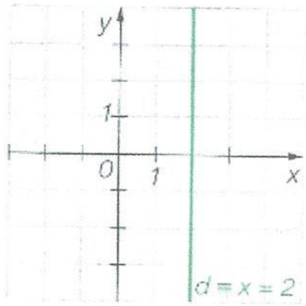
Remarques

Une droite parallèle à l'axe des abscisses n'est pas une fonction du premier degré. Il s'agit d'une fonction constante.



$f : x \to y = -2$

Une droite parallèle à l'axe des ordonnées n'est pas une fonction.



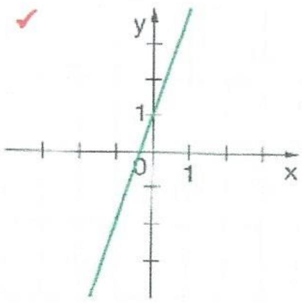
Exercices

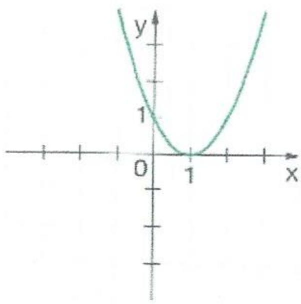
1 Parmi les fonctions suivantes, entoure celles du premier degré.

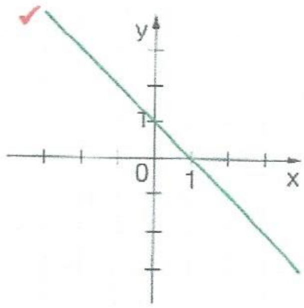
$f_1(x) = 2x - 1$ $f_2(x) = -2$ $f_3(x) = x^2 - 1$ $f_4(x) = 0{,}2x - 1$

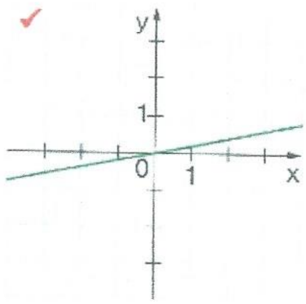
$f_5(x) = \frac{1}{2}x + 1$ $f_6(x) = -2x^2 + 2$ $f_7(x) = \frac{1}{x}$ $f_8(x) = -3x$

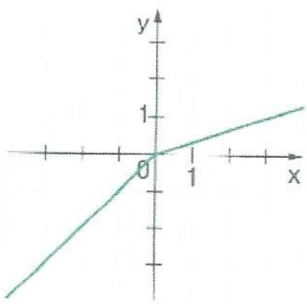
2 Parmi les graphiques suivants, indique un « ✓ » sur ceux qui représentent une fonction du premier degré.

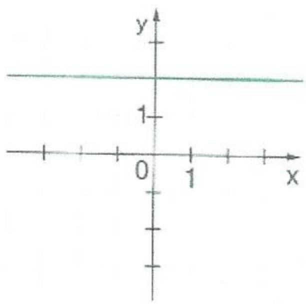
✓




✓


✓






Activité 3 • Image d'un réel par une fonction du premier degré

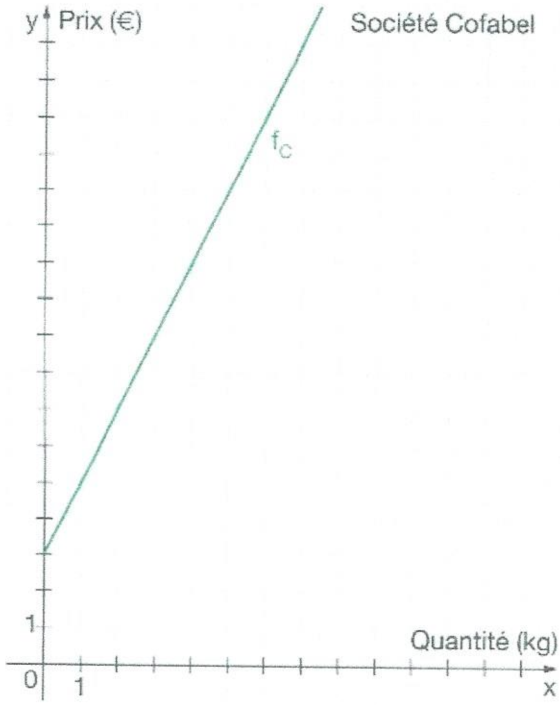
1 Pour réaliser son pain, la maman d'Amélie commande une farine bio qu'elle reçoit à son domicile. Voici les tarifs de trois sociétés qui vendent cette farine. Pour chaque tarif, x représente la quantité achetée, exprimée en kg, et y, le prix en euros.

Société Aveve

$f_A : x \rightarrow y = 3x + 6$

Société Brichart

f_B	x (kg)	0,5	1	2	3	4	5	6
	y (€)	7,5	8	9	10	11	12	13



Les tarifs permettent de connaître le prix à payer pour l'achat d'une quantité de farine.

	Société Aveve	Société Brichart	Société Cofabel
Par exemple, pour l'achat de **3** kg de farine, …	on peut **calculer** que le prix sera de 15 €. (3 . **3** + 6)	on peut **lire** que le prix sera de 10 €.	on peut **repérer** que le prix sera de 9 €.
Mathématiquement, on écrit …	$f_A(3) = 15$	$f_B(3) = 10$	$f_C(3) = 9$
On dit que …	15 est l'**image** de 3 par la fonction f_A.	10 est l'**image** de 3 par la fonction f_B.	9 est l'**image** de 3 par la fonction f_C.

a) Pour chaque société, détermine le coût d'une commande de 5 kg de farine. Justifie en complétant les notations mathématiques.

$f_A(5) =$ 3 . 5 + 6 = 15 + 6 = 21 → 21 €

$f_B(5) =$ 12 → 12 €

$f_C(5) =$ 13 → 13 €

Quelle société est la plus avantageuse pour l'achat de 5 kg de farine ?

La société Brichart

b) Pour chaque société, détermine la quantité de farine qui peut être achetée pour un montant de 9 €. Justifie tes réponses à l'aide d'une égalité du type f(…) = …

Société A : avec 9 €, on peut acheter 1 kg car $f_A(1) = 9$

Société B : avec 9 €, on peut acheter 2 kg car $f_B(2) = 9$

Société C : avec 9 €, on peut acheter 3 kg car $f_C(3) = 9$

Quelle société est la plus avantageuse pour un achat de 9 € ? La société Cofabel

c) Afin d'aider sa maman, Amélie propose de présenter les tarifs des sociétés Aveve et Cofabel comme celui de la société Brichart. Aide-la en calculant le prix à payer pour des commandes de 0,5 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6 kg et présente tes réponses sous forme de tableaux de valeurs.

f_A	x (kg)	0,5	1	2	3	4	5	6
	y (€)	7,5	9	12	15	18	21	24

f_C	x (kg)	0,5	1	2	3	4	5	6
	y (€)	4	5	7	9	11	13	15

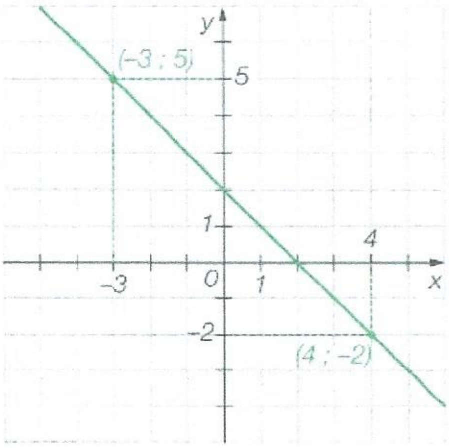
Image d'un réel par une fonction du premier degré

A. Image d'un réel par une fonction

Si un point (a ; b) appartient au graphique d'une fonction f, on dit que b est l'image de a par la fonction f. On note f(a) = b.

Exemple

Graphique de la fonction $f(x) = -x + 2$



Les points (−3 ; 5) et (4 ; −2) appartiennent au graphique de la fonction.

L'image de −3 par la fonction f est 5.
On écrit f(−3) = 5.

L'image de 4 par la fonction f est −2.
On écrit f(4) = −2.

B. Comment rechercher l'image d'un réel a par une fonction ?

1) À partir de l'expression algébrique de la fonction

On calcule la valeur de la variable y en remplaçant la variable x par le réel dont on cherche l'image.

Exemple : *Recherche de l'image de **2** par la fonction $f : x \rightarrow y = 3x - 5$*

$$y = 3 . \mathbf{2} - 5$$
$$= 6 - 5$$
$$= 1$$

L'image de 2 par la fonction f est 1. On écrit f(2) = 1.

2) À partir d'un tableau de valeurs de la fonction

On lit la valeur de y située sous la valeur de x dont on cherche l'image.

Exemple : *Recherche de l'image de* ***–2*** *par la fonction f*

f	x	–4	**–2**	–1	0	1	5
	y	–1	3	5	7	9	17

L'image de –2 par la fonction f est 3. On écrit f(–2) = 3.

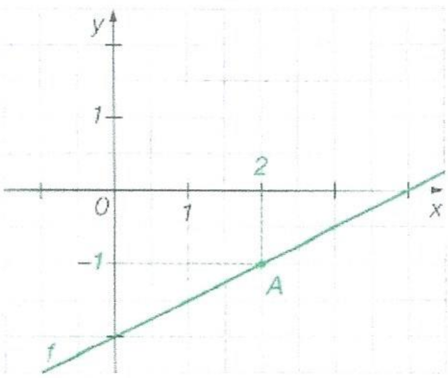
Remarque : Si le nombre dont on cherche l'image n'est pas présent sur la première ligne du tableau, on ne pourra pas trouver son image par la fonction avec cette méthode.

Exemple : *f(4) = ?* *Avec le tableau précédent, on ne peut pas déterminer l'image de 4.*

3) À partir du graphique de la fonction

On repère le point de la droite pour lequel l'abscisse est le réel dont on cherche l'image. L'image recherchée est l'ordonnée de ce point.

Exemple : *Recherche de l'image de 2 par la fonction f*



Le point A est le point d'abscisse ***2*** *de la droite.*
L'ordonnée du point A est –1.

L'image de 2 par la fonction est –1.
On écrit f(2) = –1.

C. Comment construire un tableau de valeurs d'une fonction ?

On choisit des réels qu'on place sur la première ligne réservée aux valeurs de x.
Pour chacun d'eux, on recherche leur image et on écrit le résultat sur la seconde ligne réservée aux valeurs de y.

Exemples

À partir d'une expression algébrique

$f : x \rightarrow y = 3x - 5$

1) *Choix des valeurs de la variable x*

f	x	–2	0	1	2	5
	y	?	?	?	?	?

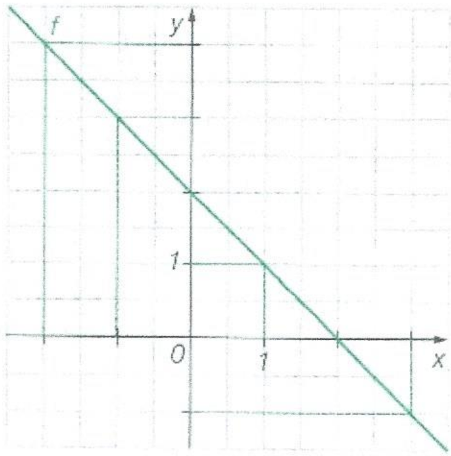
2) *Recherche des images*

$f(-2) = 3 \,.\, (-2) - 5 = -6 - 5 = -11$
$f(0) = 3 \,.\, 0 - 5 = 0 - 5 = -5$
$f(1) = 3 \,.\, 1 - 5 = 3 - 5 = -2$
$f(2) = 3 \,.\, 2 - 5 = 6 - 5 = 1$
$f(5) = 3 \,.\, 5 - 5 = 15 - 5 = 10$

3) *Tableau final*

f	x	–2	0	1	2	5
	y	–11	–5	–2	1	10

À partir d'un graphique



1) *Choix des valeurs de la variable x*

f	*x*	−2	−1	0	1	2	3
	y	?	?	?	?	?	?

2) *Recherche des images*

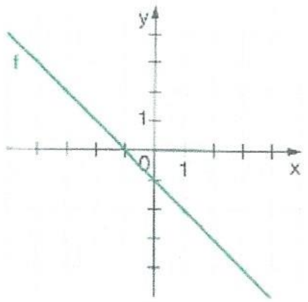
f(−2) = 4   *f(1) = 1*
f(−1) = 3   *f(2) = 0*
f(0) = 2   *f(3) = −1*

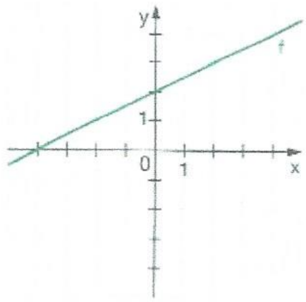
3) *Tableau final*

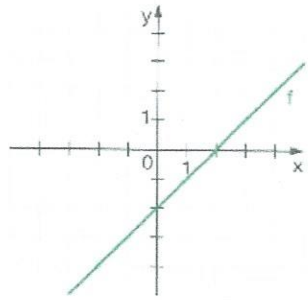
f	*x*	−2	−1	0	1	2	3
	y	4	3	2	1	0	−1

Exercices

1 Complète les informations relatives à chaque graphique.







f(−3) = 2   f(1) = −2   f(−2) = 1   f(0) = 2   f(−2) = -4   f(2) = 0

f(0) = -1   f(-1) = 0   f(1) = 2,5   f(2) = 3   f(0) = -2   f(-2) = −4

f(3) = -4   f(-5) = 4   f(−4) = 0   f(3) = 3,5   f(4) = 2   f(1) = −1

2 Pour chacune des fonctions ci-dessous, calcule les images demandées.

a) f : x → y = 3x + 1

f(−1) = 3 . (- 1) + 1   f(0) = 3 . 0 + 1   f(2) = 3 . 2 + 1

= - 3 + 1   = 0 + 1   = 6 + 1

= - 2   = 1   = 7

b) $f : x \rightarrow y = -2x + 1$

$f(-2) =$ **-2 . (- 2) + 1** $f(0) =$ **- 2 . 0 + 1** $f(3) =$ **- 2 . 3 + 1**

= 4 + 1 **= 0 + 1** **= - 6 + 1**

= 5 **= 1** **= - 5**

c) $f : x \rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

$f(-2) =$ **0,5 . (- 2) + 1,5** $f(0) =$ **0,5 . 0 + 1,5** $f(5) =$ **0,5 . 5 + 1,5**

= - 1 + 1,5 **= 0 + 1,5** **= 2,5 + 1,5**

= 0,5 **= 1,5** **= 4**

3 Retrouve et corrige la (les) erreur(s) dans les secondes lignes des tableau de valeurs.

$f_1 : x \rightarrow y = 2x - 4$

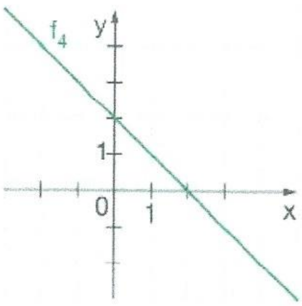
f_1	x	–4	–0,5	0	2	3	5	8
	y	–12	–5	~~–2~~ - 4	0	~~3~~ 2	6	12

$f_2 : x \rightarrow y = -x + 1$

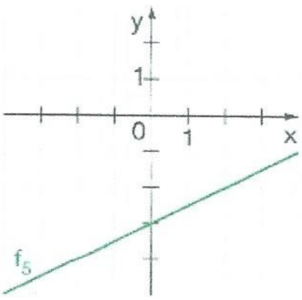
f_2	x	–5	–3	0	2	1,5	5	9
	y	6	~~–4~~ 4	1	–1	–0,5	~~–6~~ - 4	–8

$f_3 : x \rightarrow y = -3x$

f_3	x	–6	–4	–1	0	2/3	3	5
	y	18	12	~~–3~~ 3	0	~~2~~ - 2	–9	–15



f_4	x	–2	–1	0	1	2	3	4
	y	~~–4~~ 4	3	2	1	~~2~~ 0	–1	–2

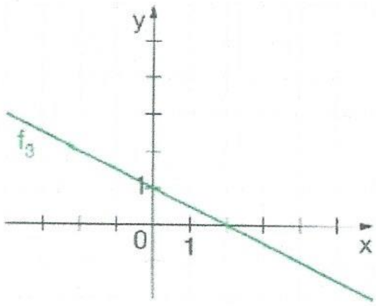


f_5	x	–3	–2	–1	0	1	2	3
	y	–4,5	~~2~~ - 4	–3,5	–3	–2,5	~~–4~~ - 2	–1,5

4 Complète les tableaux de valeurs des fonctions suivantes.

$f_1 : x \rightarrow y = 2x$

$f_2 : x \rightarrow y = -3x - 1$



f_1	x	–5	–1,5	–1	0	1	2,5	5
	y	**- 10**	**- 3**	**- 2**	**0**	**2**	**5**	**10**

f_2	x	–3	–1	0	1	1,5	2	4
	y	**8**	**2**	**- 1**	**- 4**	**- 5,5**	**- 7**	**- 13**

f_3	x	–3	2	4	**- 2**	**0**	**3**	–1
	y	**2,5**	**0**	**- 1**	2	1	–0,5	**1,5**

5 Voici cinq fonctions du premier degré.

f_1	x	–2	–1	0	1	2	3	4
	y	–4	–2	0	2	4	6	8

f_2	x	–2	–1	0	1	2	3	4
	y	5	3,5	2	0,5	–1	–2,5	–4

$f_3 : x \rightarrow y = 3x + 2$

$f_4 : x \rightarrow y = -3x + 8$

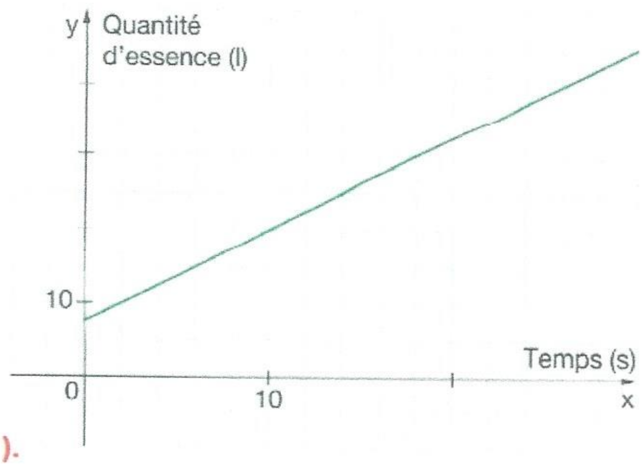
$f_5 : x \rightarrow y = \frac{3}{2}x + 1$

Dans le tableau ci-dessous, indique une croix lorsque le point appartient au graphique de la fonction.

	(0 ; 2)	(1 ; 5)	(–2 ; –4)	(4 ; –4)	(–2 ; –2)	(2 ; 4)	(–1 ; –2)
f_1			**X**			**X**	**X**
f_2	X	~~X~~		**X**			
f_3	**X**	**X**	**X**				
f_4		**X**		**X**			
f_5					**X**	**X**	

6 Un automobiliste s'arrête dans une station-service pour faire le plein. Le graphique ci-contre représente l'évolution de la quantité d'essence se trouvant dans le réservoir au cours du remplissage en fonction du temps.

Utilise ce graphique pour déterminer…



(1) la quantité d'essence se trouvant dans le réservoir après 22 secondes de remplissage. Justifie.

35 l car (22 ; 35) est un point de la droite (du graphique de f).

(2) le temps nécessaire pour remplir la moitié d'un réservoir d'une capacité de 50 litres. Justifie.

14 s car (14 ; 25) est un point de la droite (du graphique de f).

Activité 4 • Construction du graphique d'une fonction du premier degré

1 Un magasin de bricolage propose un parquet à 12 € le mètre carré. Pour toute commande, la livraison à domicile est facturée 50 €.

a) Complète le tableau de valeurs permettant de connaître le prix à payer pour un parquet livré à domicile, en fonction de la surface achetée.

Surface (m^2)	10	15	20	30	50	70	100
Prix (€)	170	230	290	410	650	890	1250

b) Si on note x la surface et y le prix, la fonction $f_1 : x \rightarrow y = 12x + 50$ traduit le prix à payer en fonction de la surface commandée.

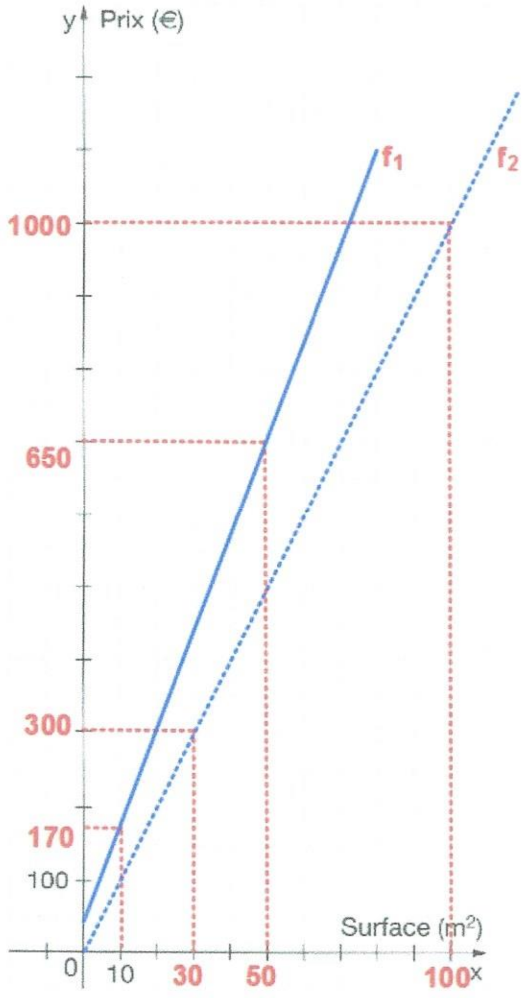
Trace son graphique en utilisant un minimum de couples du tableau de valeurs.

Combien de points as-tu utilisés ? Pourquoi ?

On utilise deux points car le graphique est une droite qui est déterminée par deux points.

Comment peux-tu vérifier ton tracé ?

En utilisant un ou d'autres points du tableau de valeurs.



c) Lors de la journée portes ouvertes, le parquet coûte 10 €/m^2 et la livraison est gratuite.
La fonction $f_2 : x \rightarrow y = 10x$ traduit le prix à payer en fonction de la surface commandée.
Représente cette fonction dans le même repère.

f_2	x	30	100		50
	y	300	1000		500

Construction du graphique d'une fonction du premier degré

Comment construire le graphique d'une fonction du premier degré ?

1) À partir d'un tableau de valeurs

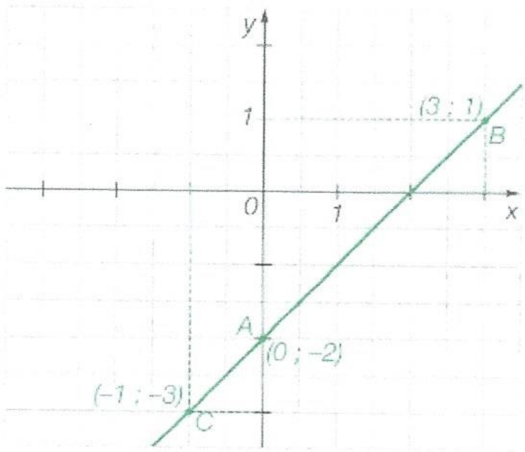
On choisit dans le tableau les coordonnées de deux points qu'on représente dans un repère cartésien. Le graphique de la fonction du premier degré est la droite reliant ces deux points.
On peut toujours utiliser les coordonnées d'un ou plusieurs autres points pour vérifier que le graphique est correct.

Exemple

f	x	-2	-1	0	1	2	3
	y	-4	-3	-2	-1	0	1
			C	A			B

On trace la droite passant par les points A (0 ; −2) et B (3 ; 1).

On vérifie que le point C (−1 ; −3) appartient à cette droite.



2) À partir de son expression algébrique

On calcule l'image de deux réels par la fonction. On obtient les coordonnées de deux points qu'on peut insérer dans un tableau de valeurs et on les représente dans un repère cartésien. Le graphique de la fonction du premier degré est la droite reliant ces deux points.
On peut calculer l'image d'un troisième réel pour vérifier que le graphique est correct.

Exemple : $f : x \to y = -\frac{1}{2}x - 1$

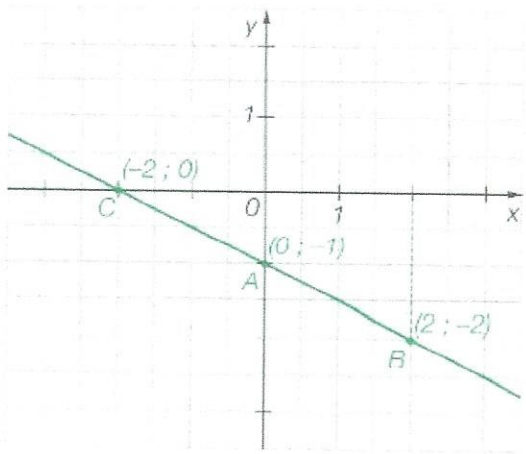
$$f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0 - 1 = 0 - 1 = -1$$

$$f(2) = -\frac{1}{2} \cdot 2 - 1 = -1 - 1 = -2$$

$$f(-2) = -\frac{1}{2} \cdot (-2) - 1 = 1 - 1 = 0$$

f	x	0	2
	y	-1	-2
		A	B

x	-2
y	0
	C



On trace la droite passant par les points A (0 ; −1) et B (2 ; −2).

On vérifie que le point C (−2 ; 0) appartient à cette droite.

Exercices

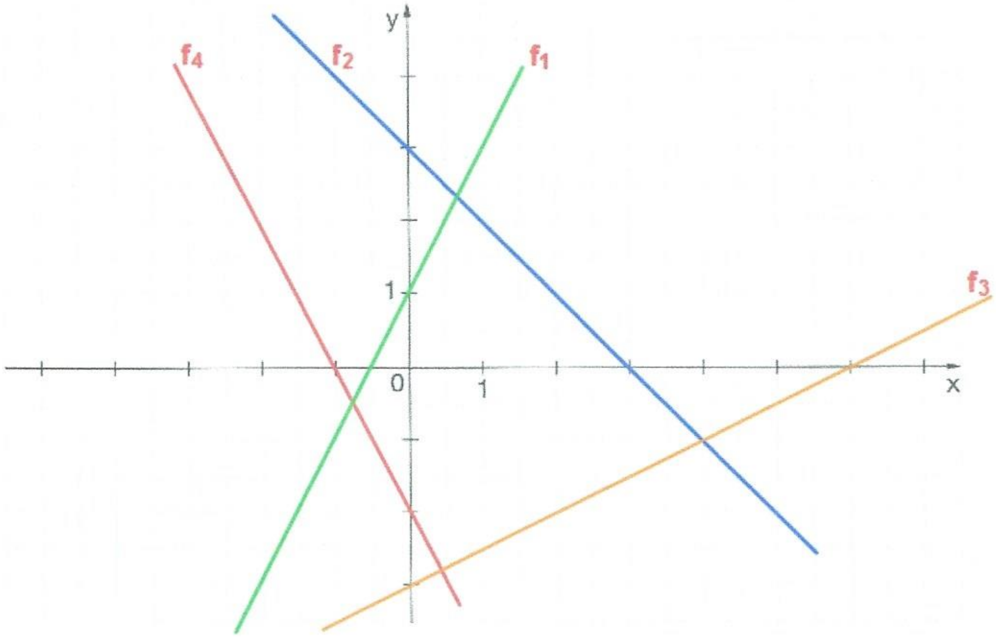
1 Pour chaque fonction, complète le tableau de valeurs et construis son graphique.

$f_1 : x \to y = 2x + 1$		
x	0	- 2
y	1	- 3

$f_2 : x \to y = -x + 3$		
x	0	3
y	3	0

$f_3 : x \to y = \frac{1}{2}x - 3$		
x	0	4
y	- 3	- 1

$f_4 : x \to y = -2x - 2$		
x	0	- 2
y	- 2	2



2 Le réservoir d'une voiture contient 45 litres de carburant et elle en consomme en moyenne 6 litres aux 100 kilomètres.

a) Complète les phrases suivantes.

Au départ, la distance parcourue est de 0 kilomètre, la voiture a consommé ....0.... litre(s) et le réservoir contient toujours ..45.... litre(s).

Quand la voiture a parcouru 100 kilomètres, elle a consommé ....6..... litre(s) et le réservoir contient encore .. 39 .. litre(s).

Quand la voiture a parcouru 200 kilomètres, elle a consommé ..12.... litre(s) et le réservoir contient encore ..33..... litre(s).

Quand la voiture a parcouru ..400... kilomètres, elle a consommé .... 24 .. litre(s) et le réservoir contient encore 21 litres.

Quand la voiture a parcouru ..750.. kilomètres, elle a consommé 45 litres et le réservoir contient encore ....0..... litre(s).

b) À partir des phrases de la page précédente, complète le tableau de valeurs, si x est la distance parcourue par la voiture et y la quantité de carburant dans le réservoir.

x (km)	0	100	200	**400**	**750**
y (l)	**45**	**39**	**33**	21	0

c) Dans le repère cartésien ci-dessous, représente la fonction associée à ce tableau.

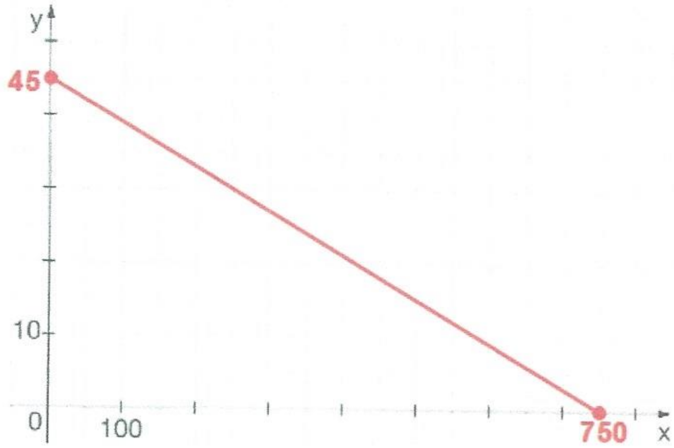
d) Parmi les fonctions suivantes, quelle est celle qui représente la situation décrite ?

$f_1 : y = \frac{6}{100}x - 45$ $\quad f_5 : y = \frac{6}{100}x$

$f_2 : y = \frac{100}{6}x - 45$ $\quad f_6 : y = \frac{100}{6}x$

$f_3 : y = \frac{6}{100}x + 45$

$f_4 : y = -\frac{6}{100}x + 45$

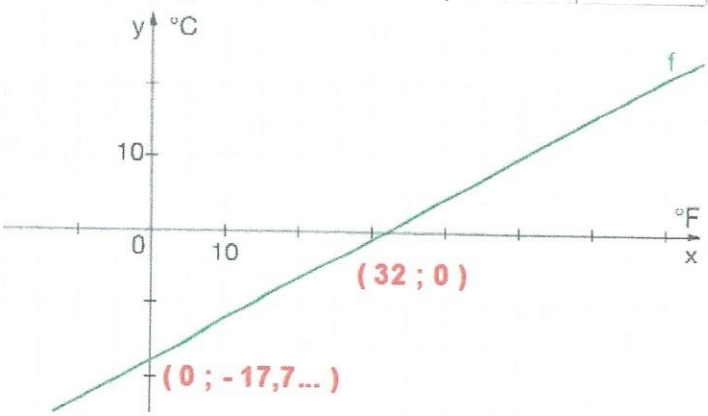


Activité 5 • Intersection d'une fonction du premier degré avec les axes

1 Pour son exercice de physique, Pascal doit transformer des degrés Fahrenheit en degrés Celsius. Il a trouvé dans son livre de physique quelques exemples qu'il a reportés dans le tableau ci-dessous.

°F	–4	–10	14	32	50	0	10	68
°C	–20	–23,3…	–10	0	10	–17,7…	–12,2…	20

Sur internet, il a trouvé le graphique de la fonction f ci-contre, illustrant cette conversion.



a) Détermine les coordonnées du point d'intersection du graphique avec l'axe y.

(0 ; - 17,7...)

L'ordonnée de ce point est appelée **ordonnée à l'origine** de la fonction.

Quelle interprétation peux-tu donner aux coordonnées de ce point ?

C'est la température exprimée en degrés Celsius correspondant à 0° F.

b) Détermine les coordonnées du point d'intersection du graphique avec l'axe x. **(32 ; 0)**

L'abscisse de ce point est appelée **zéro** de la fonction.

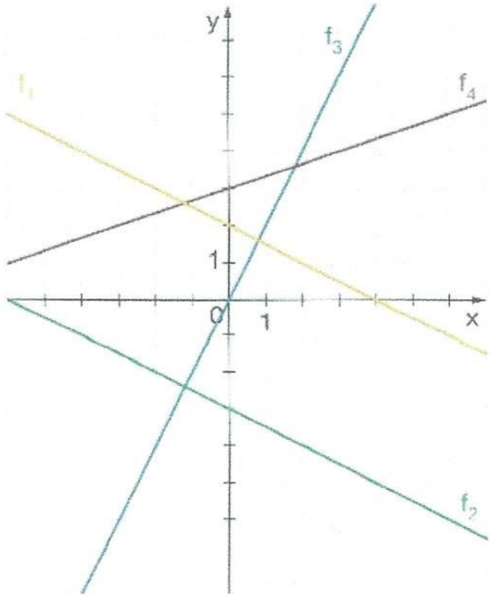
Quelle interprétation peux-tu donner aux coordonnées de ce point ?

C'est la température exprimée en degrés Fahrenheit correspondant à 0° C.

2 Voici représentées ci-contre, quelques fonctions du premier degré.

Une fonction du premier degré dont l'ordonnée à l'origine vaut zéro s'appelle aussi fonction de **proportionnalité** ou fonction **linéaire**.

Parmi les fonctions proposées, repère la fonction linéaire et complète son tableau de valeurs.



f_3	x	−3	−2	0	$\frac{1}{2}$	1	2
	y	- 6	- 4	0	1	2	4

. 2

Quel type de tableau as-tu obtenu ?

Un tableau de proportionnalité.

Parmi les expressions algébriques proposées, entoure celle de cette fonction.

$y = -0{,}5x + 2$ $y = 2x$ $y = \frac{1}{3}x + 3$ $y = -0{,}5x - 3$

Intersection d'une fonction du premier degré avec les axes

A. Ordonnée à l'origine

Définition

L'ordonnée à l'origine d'une fonction du premier degré est l'ordonnée du point d'intersection du graphique de cette fonction avec l'axe vertical.

Conséquence

L'ordonnée à l'origine d'une fonction du premier degré est l'image de zéro par cette fonction.

B. Zéro

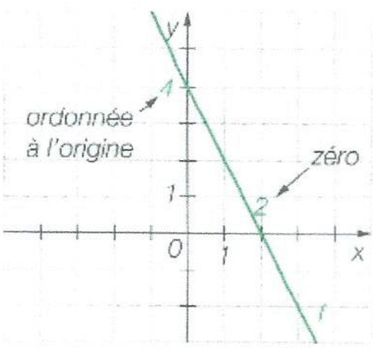
Définition

Le zéro d'une fonction du premier degré est l'abscisse du point d'intersection du graphique de cette fonction avec l'axe horizontal.

Conséquence

Le zéro d'une fonction du premier degré est une valeur de x qui annule y.

Exemple



Le graphique de la fonction f coupe l'axe y au point (0 ; 4).

L'ordonnée à l'origine de la fonction f est 4.
f(0) = 4

Le graphique de la fonction f coupe l'axe x au point (2 ; 0).

Le zéro de la fonction f est 2.
f(2) = 0

C. Fonction linéaire

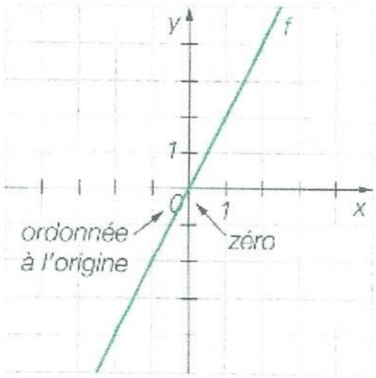
Définitions

Une fonction linéaire ou fonction de proportionnalité est une fonction du premier degré dont l'ordonnée à l'origine vaut 0.

Propriétés

Le graphique d'une fonction linéaire comprend l'origine du repère cartésien (0 ; 0).
Le zéro d'une fonction linéaire est 0.
L'expression algébrique d'une fonction linéaire est $f : x \rightarrow y = mx$ $(m \neq 0)$.
Le tableau de valeurs d'une fonction linéaire est un tableau de proportionnalité.

Exemples



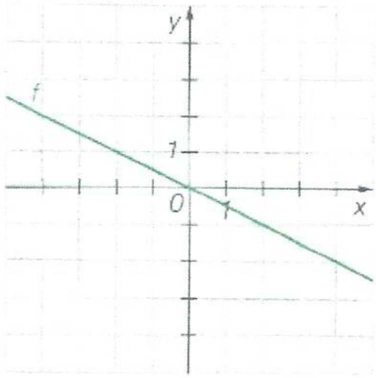
$f : x \rightarrow y = 2x$ est une fonction linéaire.

Tableau de valeurs

x	−2	−1	0	1	2
y	−4	−2	0	2	4

. 2

Il s'agit d'un tableau de proportionnalité.



$f : x \rightarrow y = -0{,}5x$ est une fonction linéaire.

Tableau de valeurs

x	−4	−2	0	1	2
y	2	1	0	−0,5	−1

. (−0,5)

Il s'agit d'un tableau de proportionnalité.

Conséquence

Pour construire le graphique d'une fonction linéaire, on peut utiliser l'origine du repère (0 ; 0) et un autre point à déterminer.

Exemple : $f : x \rightarrow y = 3x$

x	0	1
y	0	3

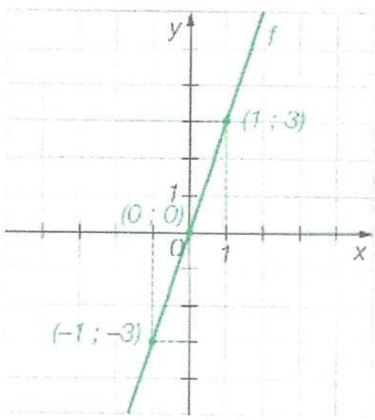
$f(1) = 3 \,.\, 1$
$= 3$

On peut utiliser les coordonnées d'un autre point pour vérifier si le graphique est correct.

Vérification

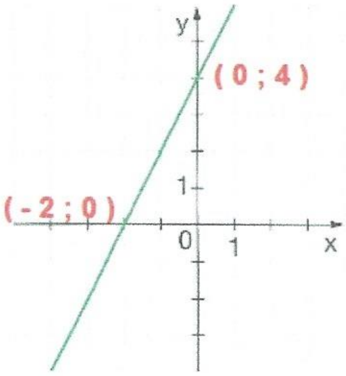
$f(-1) = 3 \,.\, (-1)$
$= -3$

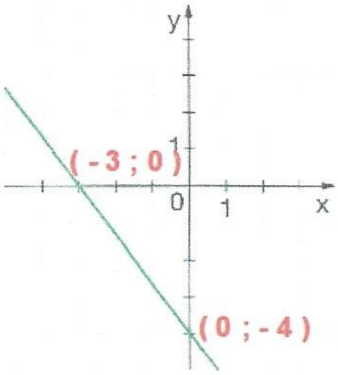
Le point (−1 ; −3) appartient au graphique.

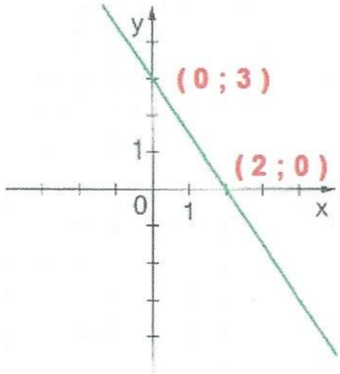


Exercices

1 Après avoir identifié les points d'intersection avec les axes, détermine le zéro et l'ordonnée à l'origine des fonctions représentées.







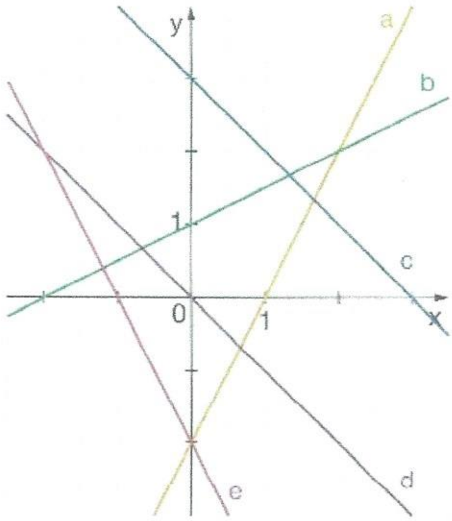
Zéro : - 2 Ordonnée à l'origine : 4

Zéro : - 3 Ordonnée à l'origine : - 4

Zéro : 2 Ordonnée à l'origine : 3

2 À partir des informations données, retrouve les droites et complète la dernière colonne du tableau.

Fonction	Zéro	Ordonnée à l'origine	Droite	Fonction linéaire (oui/non)
f_1	3	3	c	non
f_2	–1	–2	e	non
f_3	1	–2	a	non
f_4	0	0	d	oui
f_5	–2	1	b	non

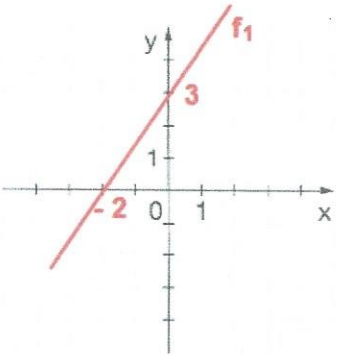


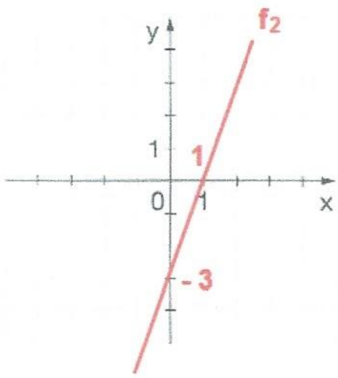
3 Si possible, représente une fonction du premier degré qui vérifie les conditions données.

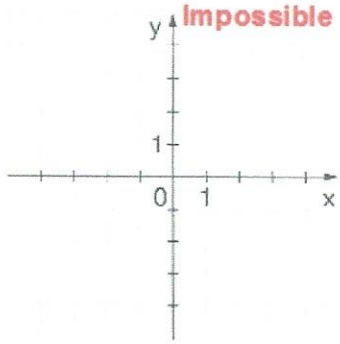
a) Zéro de f_1 : –2
Ordonnée à l'origine de f_1 : 3

b) Zéro de f_2 : 1
Ordonnée à l'origine de f_2 : –3

c) f_3 est linéaire.
Zéro de f_3 : –2







4 Voici un repère cartésien.

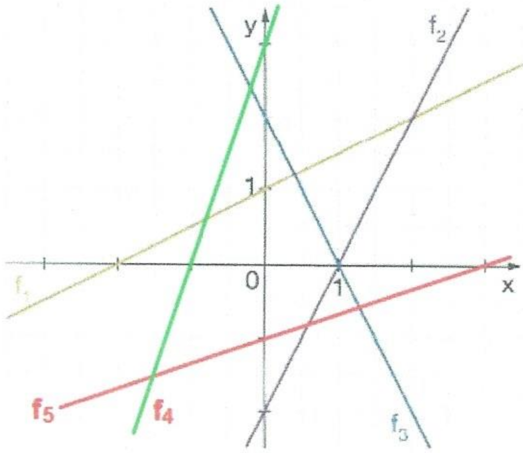
a) Complète les phrases ci-dessous en observant les droites représentées.

(1) L'ordonnée à l'origine de la fonction f_3 est **2**......

(2) Les fonctions ...**f_2**... et ...**f_3**.... ont le même zéro.

(3) Le zéro de la fonction **f_1** .... est –2.

(4) La fonction ..**f_1**..... a le plus petit zéro.



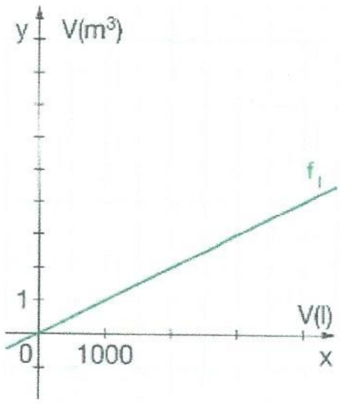
b) Représente dans ce même repère,

(1) la fonction du premier degré f_4 dont le zéro est –1 et l'ordonnée à l'origine est 3.

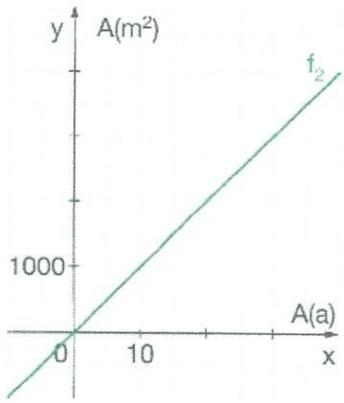
(2) la fonction du premier degré f_5 dont le zéro est 3 et l'ordonnée à l'origine –1.

5 Voici les graphiques de trois fonctions qui permettent la conversion d'unités.

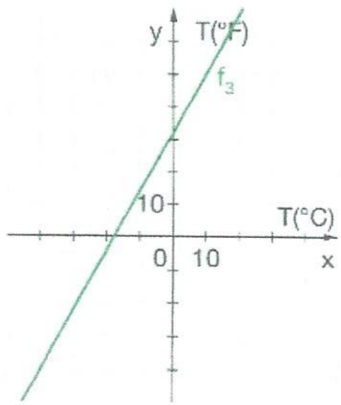
Volume - Capacité
Litres en m³



Aires
Ares en m²



Températures
°C en °F



a) Parmi les trois fonctions représentées, retrouve les fonctions linéaires. **f_1 et f_2**.................

b) Complète, si possible, les tableaux de valeurs. Quelle propriété as-tu utilisée pour compléter les informations non disponibles sur le graphique ?

x (l)	1000	7000
y (m³)	**1**	**7**

x (a)	10	80
y (m²)	**1000**	**8000**

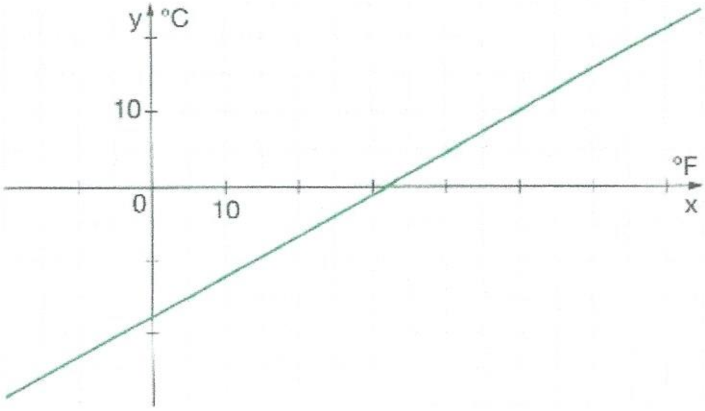
x (°C)	10	70
y (°F)	**50**	**?**

Les tableaux de valeurs des fonctions linéaires sont des tableaux de..............

proportionalité...

Activité 6 • Signe de la fonction du premier degré

1 Dans l'activité 5, tu as découvert le graphique permettant de convertir les degrés Fahrenheit en degrés Celsius et le tableau de valeurs associé.



°F	x	–4	–10	14	32	50	0	10	68
°C	y	–20	–23,3…	–10	0	10	–17,7…	–12,2…	20

a) Repasse en bleu les points du graphique pour lesquels l'ordonnée (la température en degrés Celsius) est supérieure à 0° (strictement positive).
Repasse en noir les points du graphique pour lesquels l'ordonnée (la température en degrés Celsius) est inférieure à 0° (strictement négative).

b) Recopie les données du tableau de valeurs en classant les abscisses par ordre croissant et en remplaçant les ordonnées non nulles par leur signe.

x	-10	-4	0	10	14	32	50	68
y	-	-	-	-	-	0	+	+

c) Précise l'intervalle où la fonction est strictement positive.] 32 ; →

Précise l'intervalle où la fonction est strictement négative. ← ; 32 [

d) Complète le tableau de signes avec les informations manquantes :
- sur les pointillés de la première ligne, le zéro de la fonction;
- sur la seconde ligne, indique « + » lorsque la fonction est supérieure à 0 (strictement positive) et « – » lorsqu'elle est inférieure à 0 (strictement négative).

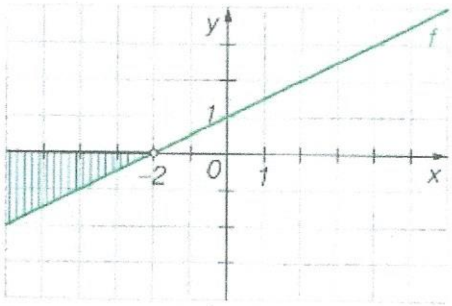
x		32	
y	-	0	+

Signe de la fonction du premier degré

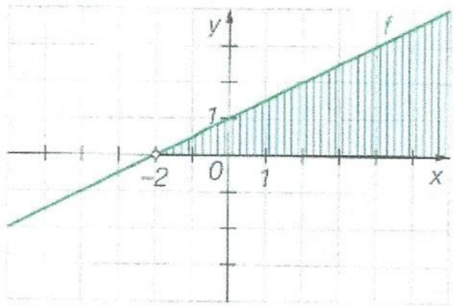
A. Signe d'une fonction sur un intervalle

Sur un intervalle de nombres réels, si pour tout nombre a de celui-ci…
- f(a) > 0, alors la fonction f est strictement positive,
- f(a) < 0, alors la fonction f est strictement négative,
- f(a) ⩾ 0, alors la fonction f est positive,
- f(a) ⩽ 0, alors la fonction f est négative.

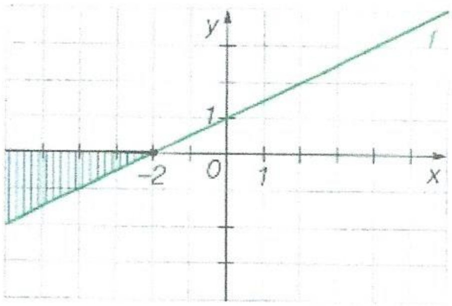
Exemples



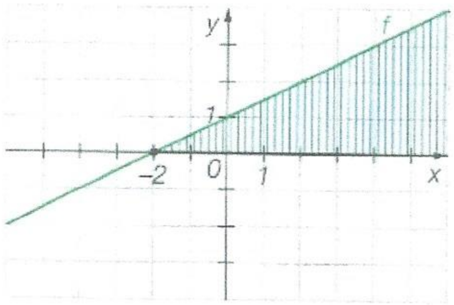
Fonction f strictement négative sur l'intervalle ← ; −2[



Fonction f strictement positive sur l'intervalle]−2 ; →



Fonction f négative sur l'intervalle ← ; −2]



Fonction f positive sur l'intervalle [−2 ; →

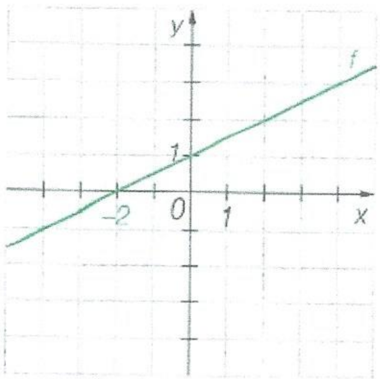
B. Comment construire le tableau de signes d'une fonction du premier degré ?

Sur la première ligne, on indique le zéro de la fonction.

Sur la seconde ligne, on indique :

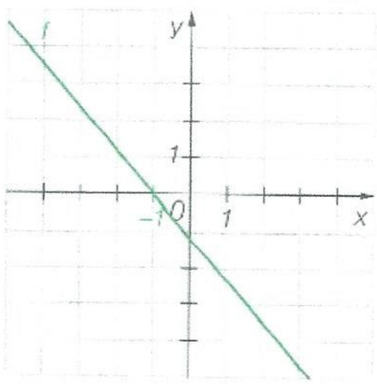
- 0 sous le zéro de la fonction ;
- \+ sous l'intervalle où la fonction est strictement positive ;
- − sous l'intervalle où la fonction est strictement négative.

Exemples



−2 est le zéro de f.

x		−2	
y	−	0	+



−1 est le zéro de f.

x		−1	
y	+	0	−

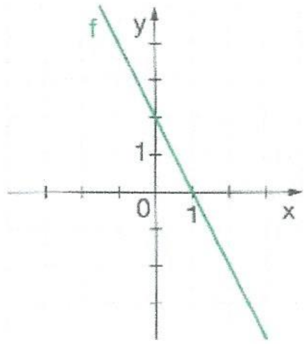
Exercices

1 Voici le graphique de la fonction $f : x \to y = -2x + 2$.

a) À partir de ce graphique…

– détermine son zéro. ....1.......

– dresse son tableau de signes.

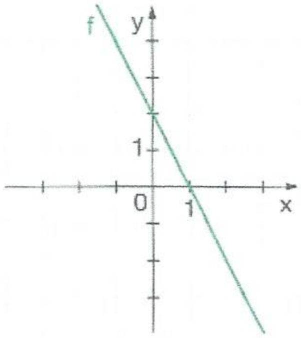


x		1	
y	+	0	-

b) Écris et représente sous forme d'intervalles les parties de $\mathbb{R}$ où la fonction f est…

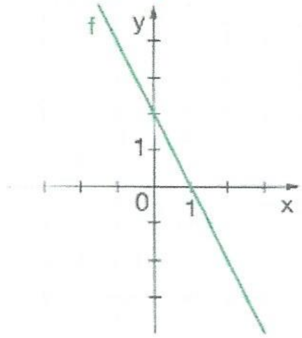
(1) négative ($-2x + 2 \leqslant 0$).

.......[1 ; →.......



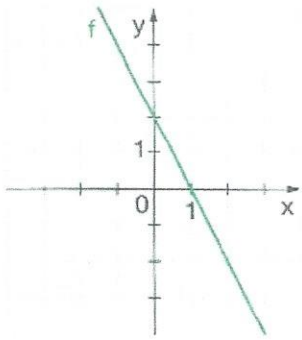
(2) positive ($-2x + 2 \geqslant 0$).

.......← ; 1].......



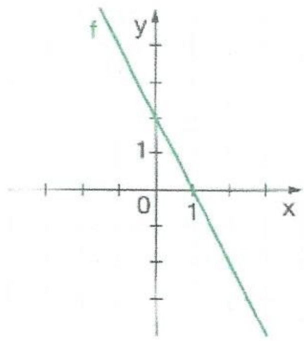
(3) strictement négative ($-2x + 2 < 0$).

.......] 1 ; →.......

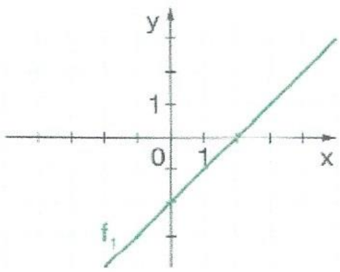


(4) strictement positive ($-2x + 2 > 0$).

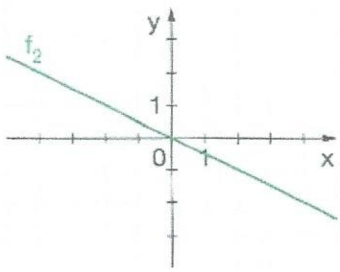
.......← ; 1 [.......



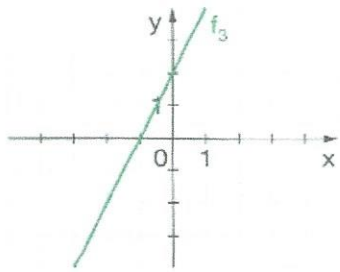
2 Dresse le tableau de signes de chacune des fonctions ci-dessous.



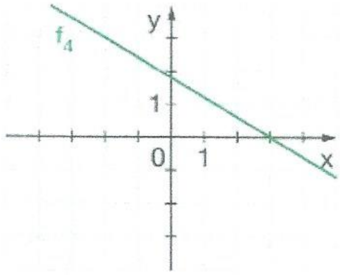
x		2	
y	-	0	+



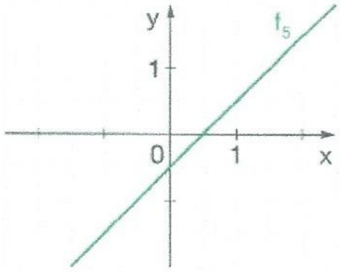
x		0	
y	+	0	-



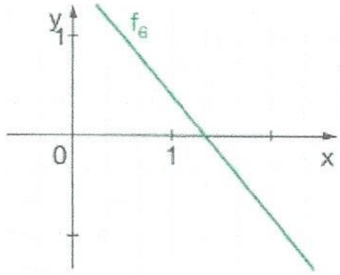
x		-1	
y	-	0	+



x	3	
y	+ 0 -	



x	0,5	
y	- 0 +	



x	4/3	
y	+ 0 -	

3 Pour chaque tableau de signes, donne une représentation possible de la fonction.

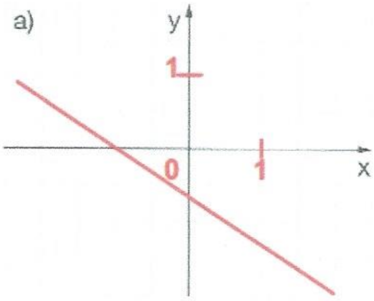
a)

x		–1	
y	+	0	–

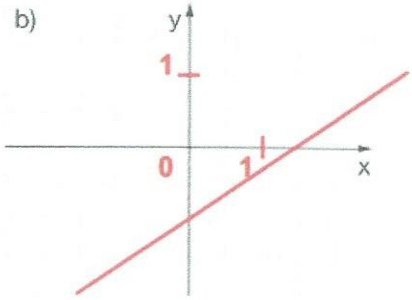
b)

x		$\frac{3}{2}$	
y	–	0	+

a)



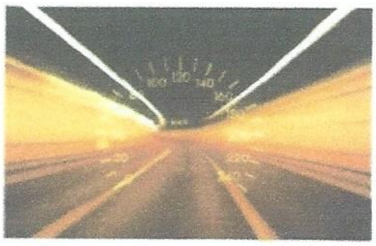
b)



Activité 7 • Croissance de la fonction du premier degré

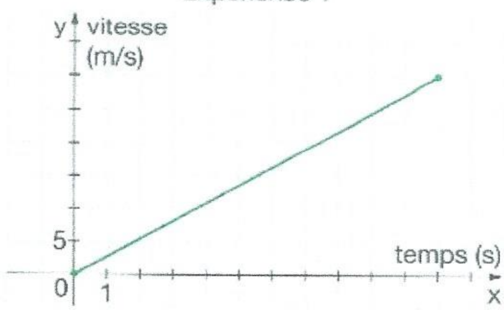
1 Dans des conditions expérimentales parfaites, une formule permet de calculer la vitesse d'un mobile à partir de son accélération et de sa vitesse initiale :

$y = y_0 + a \cdot x$ avec
y : vitesse (en m/s)
y_0 : vitesse initiale (en m/s)
a : accélération (en m/s^2)
x : temps (en s)

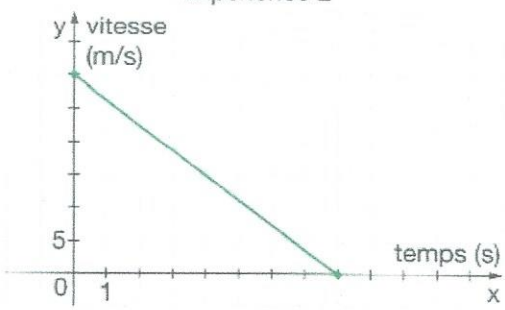


Deux expériences ont été menées et ont conduit aux graphiques ci-dessous.

Expérience 1



Expérience 2



a) Complète chaque tableau avec les données du début et de fin d'expérience.

Expérience 1		
x (s)	0	11
y (m/s)	0	30

Expérience 2		
x (s)	0	8
y (m/s)	30	0

b) Explique comment a varié la vitesse au cours de chaque expérience.

La vitesse a augmenté au cours du temps. Le mobile a accéléré.

La vitesse a diminué au cours du temps. Le mobile a décéléré.

Complète.

On dit que la vitesse croit au cours du temps.

La fonction est croissante.

On dit que la vitesse décroit au cours du temps.

La fonction est décroissante.

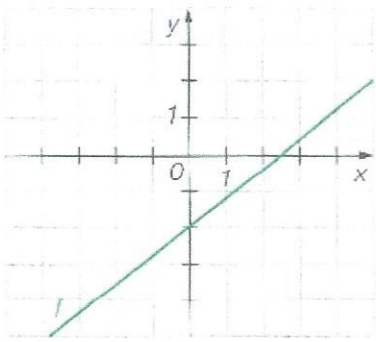
Croissance de la fonction du premier degré

Définitions

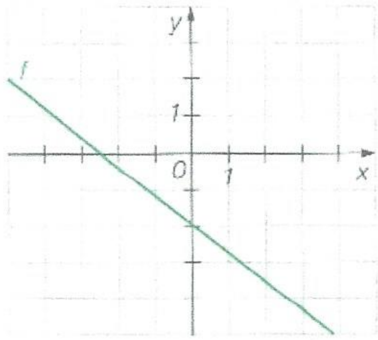
Une fonction f est croissante si, lorsque x augmente, alors f(x) augmente.

Une fonction f est décroissante si, lorsque x augmente, alors f(x) diminue.

Exemples



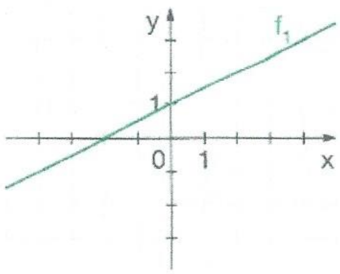
f est une fonction croissante.

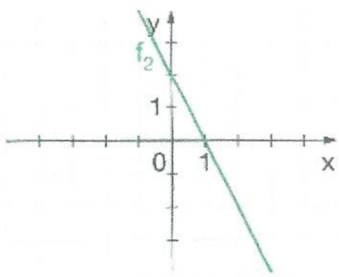


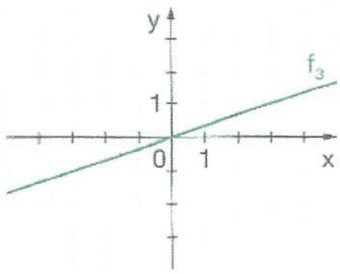
f est une fonction décroissante.

Exercices

1 a) Précise si les fonctions suivantes sont croissantes ou décroissantes et construis leur tableau de signes.







f_1 est croissante

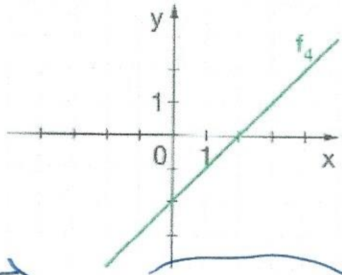
x		-2	
y	-	0	+

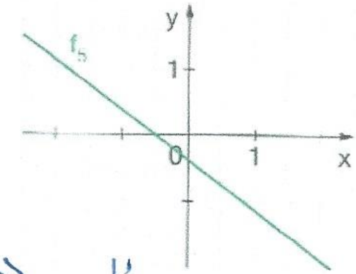
f_2 est décroissante

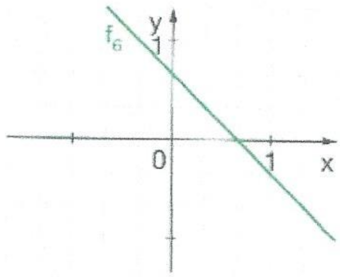
x		1	
y	+	0	-

f_3 est croissante

x		0	
y	-	0	+







f_4 est ~~dé~~croissante

x	2		
y	-	0	+

f_5 est décroissante

x	- 0,5		
y	+	0	-

f_6 est décroissante

x	2/3		
y	+	0	-

b) Quel lien peux-tu établir entre la croissance/décroissance d'une fonction du premier degré et son tableau de signes ?

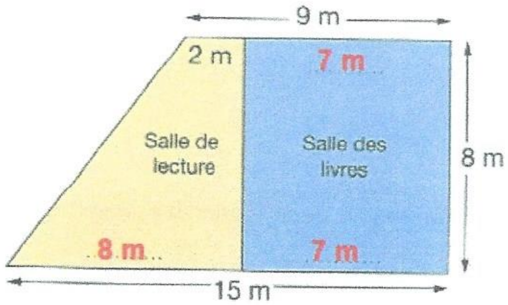
Lorsque la seconde ligne du tableau est - 0 +, la fonction est croissante.

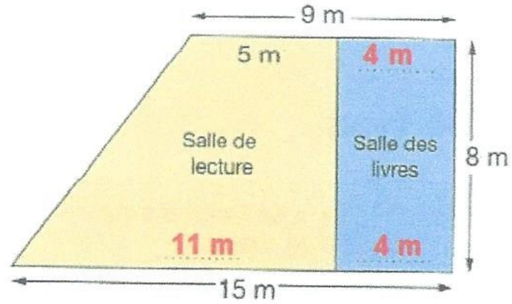
Lorsque la seconde ligne du tableau est + 0 -, la fonction est décroissante.

Activité 8 • Intersection de graphiques

1 Les figures ci-dessous sont des vues de la surface du sol de la bibliothèque d'une école. Cette bibliothèque, de forme trapézoïdale, peut être réaménagée en deux parties séparées par une cloison mobile : une salle pour la lecture et une salle pour le rangement des livres.

a) Voici les schémas de deux aménagements. Complète-les avec les distances manquantes et écris dans chaque situation l'aire de chaque salle.





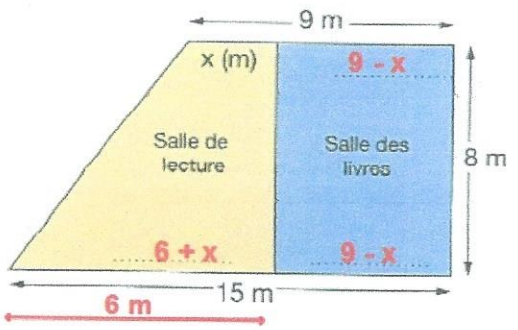
$A_{lecture}$ = (8 + 2) : 2 . 8 = 40 m²

A_{livres} = 7 . 8 = 56 m²

$A_{lecture}$ = (11 + 5) : 2 . 8 = 64 m²

A_{livres} = 4 . 8 = 32 m²

b) Complète le schéma avec les distances manquantes et écris l'expression algébrique des fonctions f et g représentant respectivement l'aire de la salle de lecture et celle de la salle des livres.



$A_{lecture}$ = [x + (6 + x)] : 2 . 8

= (2x + 6) . 4 = 8x + 24

f : x → y = 8x + 24

A_{livres} = (9 - x) . 8 = 72 - 8x

g : x → y = - 8x + 72